

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι δύο βασικές κατευθύνσεις της ανάλυσης των δεδομένων της έρευνας, επιχειρούν ανιχνεύοντας τους παράγοντες που προσδιορίζουν την πρόσβαση στις υπηρεσίες υγείας, αφενός την μελέτη της πιθανότητας χρησιμοποίησης των υπηρεσιών υγείας και αφετέρου του μεγέθους της (για την ανάλυση των δεδομένων της έρευνας χρησιμοποιήθηκαν τα στατιστικά πακέτα SAS και SPSS). Για τον σκοπό της πρώτης περίπτωσης, οι μεταβλητές που εκφράζουν αριθμό επισκέψεων μετατράπηκαν σε δίτιμες μεταβλητές, με το 1 να αντιστοιχεί στην χρησιμοποίηση των υπηρεσιών υγείας και το 0 στην μη χρησιμοποίηση. Σε πρώτο στάδιο, πραγματοποιήθηκαν έλεγχοι χ^2 (όπου οι μεταβλητές ήταν σε ονομαστική κλίμακα) και τάσης (για μεταβλητές σε κλίμακα διάταξης) προκειμένου να ελεγχθεί αν κάθε ένας από τους παράγοντες ξεχωριστά επηρεάζει την χρησιμοποίηση των υπηρεσιών υγείας. Σε δεύτερο στάδιο οι προσδιοριστικοί παράγοντες εξετάσθηκαν απο κοινού μέσω της λογιστικής παλινδρόμησης.

Στην δεύτερη περίπτωση όπου το ζητούμενο ήταν η μελέτη του μεγέθους της χρησιμοποίησης των υπηρεσιών υγείας, μετά τους ελέγχους κανονικότητας, που έδειξαν ότι ο αριθμός των επισκέψεων δεν ακολουθεί την κανονική κατανομή, πραγματοποιήθηκαν μη παραμετρικοί έλεγχοι Mann Whitney (για διχοτομικούς παράγοντες), Kruskal Wallis (για μεταβλητές με περισσότερες από δύο κατηγορίες σε ονομαστική κλίμακα) και Jonckheere (για μεταβλητές σε κλίμακα διάταξης) προκειμένου να ελεγχθεί η ύπαρξη στατιστικά σημαντικών διαφορών και τάσης στο μέγεθος της χρησιμοποίησης των υπηρεσιών υγείας για κάθε έναν από τους παράγοντες ξεχωριστά. Σε δεύτερο στάδιο οι διάφοροι παράγοντες εξετάσθηκαν από κοινού μέσω της παλινδρόμησης Poisson.

7.1 ΜΕΛΕΤΗ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗΣ ΥΠΗΡΕΣΙΩΝ ΥΓΕΙΑΣ

7.1.1 ΕΛΕΓΧΟΣ χ^2 ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑΣ

Ο έλεγχος χ^2 ομοιογένειας χρησιμοποιείται στην περίπτωση r ανεξαρτήτων δειγμάτων, τα στοιχεία των οποίων είναι ταξινομημένα σε c κατηγορίες και ελέγχει την υπόθεση:

H₀: οι πληθυσμοί από τους οποίους προήλθαν τα ανεξάρτητα δείγματα, εκπροσωπούνται σε ίσα ποσοστά στις διάφορες κατηγορίες.

H₁: τουλάχιστον δυό από τους πληθυσμούς από τους οποίους προήλθαν τα ανεξάρτητα δείγματα, εκπροσωπούνται σε διαφορετικά ποσοστά στις διάφορες κατηγορίες.

Θεωρώντας τον $r \times c$ πίνακα:

Κατηγορία							
Δείγμα 1	O_{11}	O_{12}	...	O_{1j}	...	O_{1c}	n_1
Δείγμα 2	O_{21}	O_{22}	...	O_{2j}	...	O_{2c}	n_2
...	...	...	...	...	...	...	...
Δείγμα r	O_{r1}	O_{r2}	...	O_{rj}	...	O_{rc}	n_r
Σύνολο	C_1	C_2	...	C_j		C_c	N

με $n_i = O_{i1} + O_{i2} + \dots + O_{ij} + O_{ic}$, $i=1,2,\dots,r$

$C_j = O_{1j} + O_{2j} + O_{rj}$, $j=1,2,\dots,c$ και $N = n_1 + n_2 + \dots + n_r$,

η τιμή της στατιστικής συνάρτησης T την οποία συγκρίνουμε με την τιμή $\chi^2_{1-\alpha,(r-1)(c-1)}$, δίνεται από την σχέση $T = \sum \sum (O_{ij} - E_{ij})^2 / E_{ij}$, όπου O_{ij} οι παρατηρούμενες συχνότητες και $E_{ij} = n_i C_j / N$ οι αναμενόμενες.

Όταν $T > \chi^2_{(r-1)(c-1),1-\alpha}$ η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται δηλαδή έχουμε διαφορετικά ποσοστά εκπροσώπησης δυό τουλάχιστον δειγμάτων στις διάφορες κατηγορίες (Armitage, 2002).

7.1.2. ΕΛΕΓΧΟΣ χ^2 ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ

Ο έλεγχος χ^2 ανεξαρτησίας χρησιμοποιείται στην περίπτωση ενός μοναδικού δείγματος, τα στοιχεία του οποίου είναι ταξινομημένα σε r κατηγορίες ως προς ένα χαρακτηριστικό και σε c ως προς κάποιο άλλο και ελέγχει την υπόθεση:

H_0 : τα δύο χαρακτηριστικά είναι ανεξάρτητα

H_1 : τα δύο χαρακτηριστικά είναι εξαρτημένα.

Θεωρώντας τον $r \times c$ πίνακα:

Χαρακτηριστικό Β	Χαρακτηριστικό Α						Σύνολο
	O_{11}	O_{12}	...	O_{1j}	...	O_{1c}	R_1
	O_{21}	O_{22}	...	O_{2j}	...	O_{2c}	R_2
	...	...	...	...	...	...	...
	O_{r1}	O_{r2}	...	O_{rj}	...	O_{rc}	R_r
Σύνολο	C_1	C_2	...	C_j		C_c	N

με $R_i = O_{i1} + O_{i2} + \dots + O_{ij} + O_{ic}$, $i=1,2,\dots,r$

$C_j = O_{1j} + O_{2j} + \dots + O_{rj}$, $j=1,2,\dots,c$ και $N = n_1 + n_2 + \dots + n_r$,

η τιμή της στατιστικής συνάρτησης T την οποία συγκρίνουμε με την τιμή $\chi^2_{1-\alpha,(r-1)(c-1)}$, δίνεται από την σχέση $T = \sum \sum (O_{ij} - E_{ij})^2 / E_{ij}$, όπου O_{ij} οι παρατηρούμενες συχνότητες και $E_{ij} = N(R_i/N)(C_j/N)$ οι αναμενόμενες.

Όταν $T > \chi^2_{(r-1)(c-1),1-\alpha}$ η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, δηλαδή τα δύο χαρακτηριστικά είναι εξαρτημένα (Rosner, 2000, Pagano-Gauvreau, 2000).

7.1.3 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΑΣΗΣ

Οι έλεγχοι χ^2 είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούνται για δεδομένα σε ονομαστική κλίμακα. Στην περίπτωση που η μια μεταβλητή είναι σε κλίμακα διάταξης και η άλλη δίτιμη ενδείκνυται έλεγχος τάσης.

Θεωρώντας τον πίνακα:

	$X=1$	$X=2$	...	$X=r$	Σύνολο
$Y=0$	n_{01}	n_{02}	...	n_{0r}	$n_{0.}$
$Y=1$	n_{11}	n_{12}	...	n_{1r}	$n_{1.}$
Σύνολο	$n_{.1}$	$n_{.2}$	...	$n_{.r}$	$n_{..}$

με $r > \dots > 2 > 1$ για την μεταβλητή X οι υποθέσεις:

H_0 : δεν υπάρχει τάση

H_1 : υπάρχει τάση, ελέγχονται μέσω της σύγκρισης της τιμής $b^2/V(b_{xy})$ με την τιμή

$\chi^2_{1,(1-\alpha)}$ όπου $b_{xy} = C_{yx}/C_{xx}$ και $V(b_{xy}) = (1/n..)C_{yy}/C_{xx}$,

με $C_{yx} = \sum \sum n_{ij} y_i x_j - (\sum n_{i.} y_i)(\sum n_{.j} x_j)/n..$

$C_{xx} = \sum n_{.j} x_j^2 - (\sum n_{.j} x_j)^2/n..$ και $C_{yy} = \sum n_{i.} y_i^2 - (\sum n_{i.} y_i)^2/n..$

Όταν $b^2/V(b_{xy}) > \chi^2_{1,(1-\alpha)}$ απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση, δηλαδή υπάρχει τάση (Everit, 1980).

7.1.4. ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

Η λογιστική παλινδρόμηση χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις που η εξαρτημένη μεταβλητή είναι δίτιμη (0,1).

Στην απλή περίπτωση της μιάς ανεξάρτητης μεταβλητής, δεδομένου ότι $\pi(\chi) = E(Y \text{ δεδομένου } \chi)$, το υπόδειγμα μπορεί να εκφρασθεί ως: $\pi(\chi) = \exp(\beta_0 + \beta_1 \chi) / 1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 \chi)$, ή χρησιμοποιώντας έναν μετασχηματισμό γνωστό ως logit transformation σαν:

$$g(\chi) = \ln[\pi(\chi)/1-\pi(\chi)] = \beta_0 + \beta_1 \chi.$$

Ισχύει δε ότι $y = \pi(\chi) + \varepsilon$, με το ε να παίρνει την τιμή $\varepsilon = 1 - \pi(\chi)$ με πιθανότητα $\pi(\chi)$ όταν $y=1$ και $\varepsilon = -\pi(\chi)$ με πιθανότητα $1 - \pi(\chi)$ όταν $y=0$. Η κατανομή των ε έχει μέσο 0 και διακύμανση $\pi(\chi)/1-\pi(\chi)$.

Η μέθοδος η οποία χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των συντελεστών της λογιστικής παλινδρόμησης είναι γνωστή ως μέθοδος μεγιστοποίησης της πιθανότητας (maximum likelihood method). Ένας εύχρηστος τρόπος να εκφρασθεί η συνεισφορά κάθε ζεύγους (χ_i, y_i) στην συνάρτηση πιθανότητας είναι μέσω του όρου: $\xi(\chi_i) = \pi(\chi_i)^{y_i} [1 - \pi(\chi_i)]^{1-y_i}$.

Δεδομένου ότι οι παρατηρήσεις θεωρούνται ανεξάρτητες η συνάρτηση πιθανότητας υπολογίζεται ως:

$$l(\beta) = \prod \xi(\chi_i).$$

Ως εκτίμηση του β χρησιμοποιείται η τιμή που μεγιστοποιεί το $l(\beta)$. Ωστόσο, μαθηματικά είναι ευκολότερη η χρήση του $L(\beta) = \ln[l(\beta)]$. Υπολογισμός των τιμών του β που μεγιστοποιούν την ποσότητα $L(\beta)$ προκύπτει με διαφόριση του $L(\beta)$ ως προς β_0 και β_1 και θέτοντας τις αντίστοιχες εκφράσεις ίσες με μηδέν. Οι εξισώσεις που προκύπτουν από αυτή την διαδικασία είναι οι:

$$\sum [y_i - \pi(\chi_i)] = 0$$

$$\sum \chi_i [y_i - \pi(\chi_i)] = 0.$$

Μετά τον υπολογισμό των συντελεστών πρέπει να ελεγχθεί η σημαντικότητα τους. Αυτό ισοδυναμεί με έλεγχο του κατά πόσο το υπόδειγμα που περιέχει την μεταβλητή «μας λέει περισσότερα» σε σχέση με αυτό που δεν την περιέχει. Για τον σκοπό του συγκεκριμένου ελέγχου υπολογίζεται η ποσότητα:

$$G = -2 \ln(\text{πιθανότητα με την μεταβλητή} / \text{πιθανότητα χωρίς την μεταβλητή})$$

η οποία κάτω από την μηδενική υπόθεση ότι $\beta_1 = 0$ ακολουθεί χ^2 κατανομή με έναν βαθμό ελευθερίας. Ένας άλλος έλεγχος είναι ο έλεγχος Wald σύμφωνα με τον οποίον υπολογίζεται η ποσότητα: $W = \beta_{1\text{hat}} / \text{se}(\beta_{1\text{hat}})$, που κάτω από την μηδενική υπόθεση ακολουθεί την τυποποιημένη κανονική κατανομή.

Όσον αφορά την πολλαπλή λογιστική παλινδρόμηση, έστω $\pi(\chi) = \Pr(Y=1 \text{ δεδομένου } \chi)$.

Τότε θα ισχύει $g(\chi) = \beta_0 + \beta_1 \chi_1 + \dots + \beta_p \chi_p$ και $\pi(\chi) = \exp[g(\chi)] / 1 + \exp[g(\chi)]$. Οι εξισώσεις που δίνουν τους συντελεστές είναι δε οι εξής:

$$\sum [y_i - \pi(\chi_i)] = 0$$

$$\sum \chi_{ij} [y_i - \pi(\chi_i)] = 0$$

Η σημαντικότητα και των p μεταβλητών που περιέχονται στο υπόδειγμα ελέγχεται μέσω του G που κάτω από την μηδενική υπόθεση ότι όλοι οι συντελεστές β των p μεταβλητών είναι ίσοι με μηδέν, ακολουθεί χ^2 κατανομή με p βαθμούς ελευθερίας. Ωστόσο επειδή το επιθυμητό είναι το υποδειγμά μας να περιέχει όσο το δυνατόν λιγότερες μεταβλητές συγκρίνονται μεταξύ τους υποδείγματα που διαφέρουν κατά ένα ως προς τον αριθμό των ανεξαρτήτων μεταβλητών μέσω του G που ακολουθεί κατανομή χ^2 με 1 βαθμό ελευθερίας.

Η προσαρμογή των υποδειγμάτων ελέγχεται με το Hosmer & Lemeshow test που υπολογίζει την ποσότητα $C_{\text{hat}} = \sum (o_k - n \cdot \pi_{\text{mean } k})^2 / n \cdot \pi_{\text{mean } k} (1 - \pi_{\text{mean } k})$ για g ομάδες

με n' τον αριθμό των παρατηρήσεων στην k ομάδα, σ_k το άθροισμα των Y τιμών για την k ομάδα και $\pi_{\text{mean } k}$ το μέσο π_{hat} για την k ομάδα. Μικρές τιμές του C_{hat} και μεγάλες για τα παρατηρούμενα επίπεδα σημαντικότητας δείχνουν καλή προσαρμογή του υποδείγματος (Hosmer-Lemeshow, 1989).

7.2 ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗΣ

7.2.1. ΕΛΕΓΧΟΣ MANN-WHITNEY-U

Ως έλεγχος Mann-Whitney θεωρείται το μη παραμετρικό ανάλογο του t-test για δύο ανεξάρτητα δείγματα ελέγχει δε τις υποθέσεις:

H_0 : οι n_1 x_i παρατηρήσεις του πληθυσμού X κατανέμονται ακριβώς όπως και οι n_2 y_j παρατηρήσεις του πληθυσμού Y .

H_1 : οι n_1 x_i παρατηρήσεις του πληθυσμού X κατανέμονται διαφορετικά από τις n_2 y_j παρατηρήσεις του πληθυσμού Y .

Σε σχέση με τις πρακτικές εφαρμογές, η διαφορά μεταξύ των συναρτήσεων κατανομής δύο πληθυσμών, αναφέρεται στην διαφορά της θέσης των δύο κατανομών οπότε οι υποθέσεις που ελέγχονται είναι:

H_0 : $E(X) = E(Y)$

H_1 : $E(X) \neq E(Y)$.

Η ελεγχοσυνάρτηση που χρησιμοποιείται στην περίπτωση που υπάρχει ταύτιση τιμών είναι η: $T = [\sum R(x_i) - n_1(N+1)/2] / \sqrt{\{[n_1 n_2 / N(N-1)] \sum R_i^2\} - \{n_1 n_2 (N+1)^2 / 4(N-1)\}}$,

με $R(x_i)$: βαθμός των x_i παρατηρήσεων στο συνενωμένο δείγμα $N = n_1 + n_2$ και $\sum R_i^2$: άθροισμα τετραγώνων των N μέσων βαθμών που χρησιμοποιούνται στο συνενωμένο δείγμα. Ο έλεγχος πραγματοποιείται με σύγκριση της T με τα ποσοστιαία σημεία της τυποποιημένης κανονικής κατανομής (Ξεκαλάκη, 2001).

7.2.2. ΕΛΕΓΧΟΣ KRUSKAL-WALLIS

Ο έλεγχος KRUSKAL-WALLIS είναι η μη παραμετρική ανάλυση διακύμανσης και ελέγχει τις υποθέσεις:

H₀: οι συναρτήσεις κατανομής κ πληθυσμών είναι ίσες

H₁: δύο τουλάχιστον από τους κ πληθυσμούς έχουν διαφορετικές μέσες τιμές.

Η ελεγχοσυνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι η:

$$T=12/N(N+1)[\{(\sum R_1^2)/n_1\}+...+\{(\sum R_k^2)/n_k\}] - 3(N+1)$$

με R_i = τις τάξεις μεγέθους των κ ανεξάρτητων πληθυσμών σε συνενωμένο δείγμα

$N= n_1+...+ n_k$. Η απόφαση λαμβάνεται με σύγκριση της τιμής της ελεγχοσυνάρτησης T με την τιμή $\chi^2_{(k-1),1-\alpha}$ (Mason-Lind, 1996).

7.2.3. ΕΛΕΓΧΟΣ JONCKHEERE

Ο έλεγχος Jonckheere χρησιμοποιείται όταν κ ανεξάρτητες ομάδες τις οποίες θέλουμε να ελέγξουμε ως προς την ισότητα των διαμέσων τους είναι εκφρασμένες σε κλίμακα διάταξης. Αντιστοιχίζοντας τον αριθμό 1 στην ομάδα με την μικρότερη υποτιθέμενη διάμεσο και το κ ($\kappa > \kappa-1 > ... > 1$) στην ομάδα με την μεγαλύτερη διάμεσο οι υποθέσεις που διατυπώνονται είναι οι:

H₀: διάμεσος₁= διάμεσος₂=...=διάμεσος_κ

H₁: διάμεσος₁ < διάμεσος₂ <...<διάμεσος_κ .

Η ελεγχοσυνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι η : $J=\sum \sum U_{ij}$ με $U_{ij}= \sum \#(X_{hi},j)$ και $\#(X_{hi},j)$ να εκφράζει τον αριθμό των φορών που η μονάδα X_{hi} είναι μικρότερη από μια μονάδα στο δείγμα j για $i < j$.

Για μεγάλα δείγματα χρησιμοποιείται η ελεγχοσυνάρτηση $J^*=J-\mu_j/\sigma_j$ h η οποία ακολουθεί κανονική κατανομή με μέσο 0 και τυπική απόκλιση 1 (Siegel-Castellan, 1988.)

7.2.4. ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ POISSON

Η παλινδρόμηση Poisson χρησιμοποιείται όταν η εξαρτημένη μεταβλητή εκφράζει αριθμό γεγονότων (counts). Κάτω από την υπόθεση ότι η μεταβλητή Y ακολουθεί την κατανομή Poisson με μέσο μ και $\text{Var}(y)=\mu$ ισχύει ότι:

$\Pr_{Y_i}(y_i, \mu_i) = \mu_i^{y_i} e^{-\mu_i} / y_i!$ για κάθε $y_i=0,1,2,\dots$ και $\mu_i=1,2,\dots,n$. Επειδή $E(Y_i)=\mu_i = \lambda(x_i, \beta)$ ισχύει τελικά ότι $\Pr_{Y_i}(y_i, \beta) = \Pr_{Y_i}(Y=y_i, \beta) = [\lambda(x_i, \beta)]^{y_i} e^{-\lambda(x_i, \beta)} / y_i!$. Επομένως η συνάρτηση πιθανότητας για την παλινδρόμηση Poisson είναι η $L(y, \beta) = \prod \Pr_{Y_i}(y_i, \beta)$. Οι συντελεστές β υπολογίζονται από τις εξισώσεις $\partial \ln[L(y, \beta)] / \partial \beta_j = 0$ οπότε τα υποδείγματα είναι της μορφής :

$$\ln(\mu_Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p$$

Η προσαρμογή του μοντέλου ελέγχεται συνήθως με τον έλεγχο καλής προσαρμογής που εξετάζει το πηλίκο των τιμών των συναρτήσεων πιθανότητας (likelihood ratio ή αλλιώς deviance: απόκλιση) (Likelihood Ratio (or Deviance) Goodness of fit test) και ελέγχει τις υποθέσεις:

$$H_0: \ln(\mu_Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p$$

$$H_1: \ln(\mu_Y) \neq \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p.$$

Αφού υπολογιστεί η ποσότητα $D = -2 \ln[L(y, \beta_{\text{hat}}) / L(y, \mu_{\text{at}})]$ που καλείται λογάριθμος του πηλίκου των τιμών των συναρτήσεων πιθανοτήτων είτε απόκλιση (likelihood ratio ή deviance) το παρατηρούμενο επίπεδο σημαντικότητας δίνεται από την σχέση: $p = P(\text{Απόκλιση} \geq \text{από την τιμή που υπολογίστηκε})$ που ακολουθεί την $\chi^2_{n-(p+1)}$. Σύγκριση μεταξύ δύο υποδειγμάτων γίνεται μέσω της διαφοράς της απόκλισης των δύο υποδειγμάτων (Drop in Deviance test (DiD test)), όπου:

$\text{DiD} = \text{Απόκλιση περιορισμένου υποδείγματος} - \text{Απόκλιση πλήρους υποδείγματος}$, $\text{df} = \text{df}(\text{πλήρους υποδείγματος}) - \text{df}(\text{περιορισμένου υποδείγματος})$ και $p = P(\chi^2_{\text{df}} \geq \text{DiD})$.

Όπως και στην λογιστική παλινδρόμηση η σημαντικότητα των επιμέρους μεταβλητών ελέγχεται με το Wald test.

Ενα πρόβλημα που συνήθως συναντάται στην παλινδρόμηση Poisson είναι η μεγάλη διακύμανση (overdispersion) δηλαδή όταν η διακύμανση είναι μεγαλύτερη από τον μέσο. Το πρόβλημα αυτό λύνεται χρησιμοποιώντας ως

κατανομή ανταπόκρισης την συνάρτηση $Q(\mu; y) = \int_y^\mu (y - t) / \sigma^2 V(t) dt$, όπου $\sigma^2 V(\mu)$ η

διακύμανση της Y και $\sigma > 1$ (Mc Gullagh-Nelder, 1997, Kleinbaum-Kupper-Muller, 1988).

