

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ ΜΑΘΗΤΩΝ - ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΩΝ

1. Εισαγωγή

Αντικείμενα μελέτης της εργασίας αυτής αποτελούν διάφορα μεγέθη της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης της χώρας μας. Η χρονική περίοδος που μελετάμε αρχίζει από το σχολικό έτος 1976/77 κατά την οποία ο θεσμός του λυκείου-τριταξίου γυμνασίου αντικατέστησε αυτόν του εξαταξίου γυμνασίου και περατούται το σχολικό έτος 2000/01. Από την δευτεροβάθμια εκπαίδευση ασχοληθήκαμε με τα γυμνάσια και τα γενικά λύκεια (μετέπειτα ενιαία). Σκοπός είναι η επιστημονική ανάλυση των στοιχείων και η εξαγωγή κάποιων αρχικών συμπερασμάτων σχετικά με την ιστορία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στην χώρα μας την τελευταία 25ετία.

Για την διεξαγωγή της έρευνας συγκεντρώθηκαν στοιχεία :

A) από τις επετηρίδες της ΕΣΥΕ για τα έτη 1976 έως 1992.

B) από την ΕΣΥΕ σε ηλεκτρονική μορφή για τα έτη 1992-1998.

Γ) από προσωρινά στοιχεία της ΕΣΥΕ (στοιχεία ενάρξεως, δηλαδή Σεπτεμβρίου) για τα έτη 1998 έως 2001. Τα στοιχεία αυτά δόθηκαν από τους υπαλλήλους του τμήματος παιδείας της ΕΣΥΕ, τους οποίους ευχαριστούμε θερμά.

Εδώ θα πρέπει να τονίσουμε ότι δεν είναι διαθέσιμα στοιχεία για όλα τα υπό μελέτη θέματα σε όλο το χρονικό φάσμα της μελέτης μας. Σε αυτές τις περιπτώσεις αρκεστήκαμε σε περιγραφική προσέγγιση των στοιχείων αφήνοντας την ανάλυση σαν αντικείμενο μιας μελλοντικής έρευνας.

Η μελέτη αναφέρεται στα εξής μεγέθη :

A) Περιγραφή και στατιστική ανάλυση με χρήση ντετερμινιστικών μεθόδων της αναλογίας μαθητών – διδασκόντων σε γυμνάσια και λύκεια και συγκριτική αξιολόγησή τους ανάλογα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (δημόσια-ιδιωτικά, φύλλο, περιφέρειες, ημερήσια-εσπερινά). Εδώ δεν διευκρινίζεται από την ΕΣΥΕ αν ο αριθμός διδασκόντων περιλαμβάνει και τους αποσπασμένους εκπαιδευτικούς σε άλλες υπηρεσίες. Προχωρήσαμε στην ανάλυση θεωρώντας ότι δεν περιλαμβάνονται.

B) Περιγραφή και στατιστική ανάλυση με χρήση ντετερμινιστικών μεθόδων του αριθμού μαθητών σε γυμνάσια και λύκεια και συγκριτική αξιολόγησή τους ανάλογα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (δημόσια-ιδιωτικά, φύλλο, περιφέρειες, ημερήσια-εσπερινά).

Γ) Περιγραφική ανάλυση ποσοστού μαθητών που προσήλθαν στις εξετάσεις και προήχθησαν σε γυμνάσια και λύκεια και συγκριτική αξιολόγησή τους ανάλογα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (δημόσια-ιδιωτικά, φύλο, περιφέρειες, ημερήσια-εσπερινά).

Δ) Περιγραφική ανάλυση ποσοστού εγγεγραμμένων μαθητών που προσέρχονται στις εξετάσεις, σε γυμνάσια και λύκεια και συγκριτική αξιολόγησή τους ανάλογα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (δημόσια-ιδιωτικά, φύλο, περιφέρειες, ημερήσια-εσπερινά).

Από τους πίνακες που πήραμε από την ΕΣΥΕ, επιλέξαμε τα προς μελέτη στοιχεία, τα οποία καταγράψαμε σε αρχεία excel. Με την βοήθεια αυτού του προγράμματος υπολογίσαμε τις αναλογίες και τα ποσοστά. Επίσης κατασκευάσαμε τα περισσότερα διαγράμματα.

Η στατιστική επεξεργασία των δεδομένων έγινε με την βοήθεια των στατιστικών προγραμμάτων SPSS 10.0 for windows, Minitab 12 και Eviews 3.1.

1.A Διαχρονική Εξέλιξη Αναλογίας Μαθητών - Διδασκόντων στα Γυμνάσια

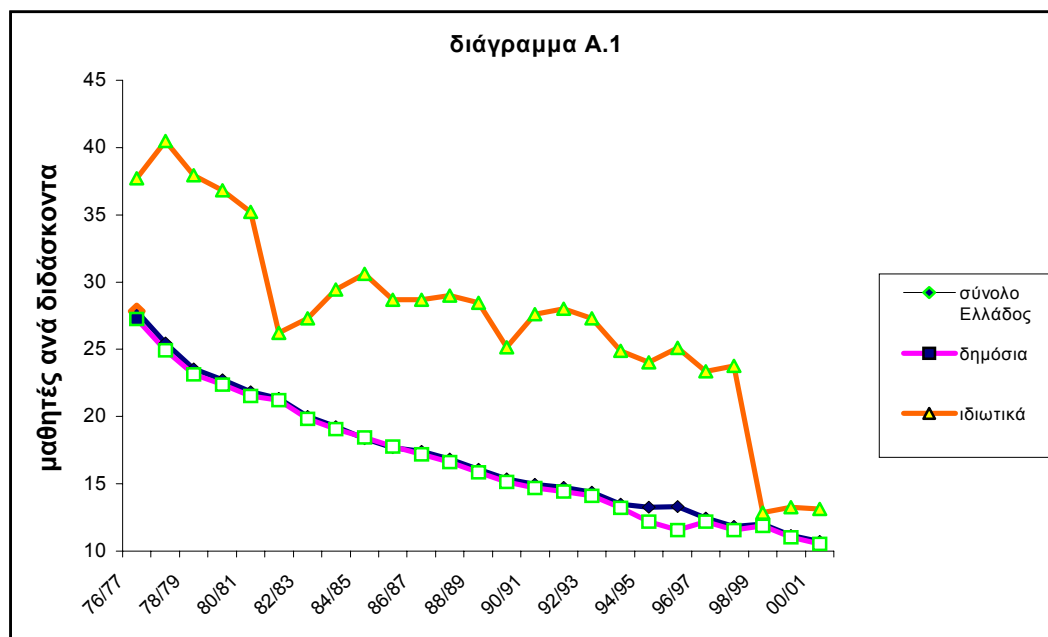
1.A.1 Δημόσια - Ιδιωτικά

Στο διάγραμμα Α.1 και στον πίνακα 1 (παράρτημα), βλέπουμε τη διαχρονική εξέλιξη της αναλογίας μαθητών - διδασκόντων σε διάφορες μορφές γυμνασίων της χώρας (δημόσια – ιδιωτικά). Τα στοιχεία των τριών τελευταίων χρόνων (1998-2001) είναι προσωρινά δηλ. αναφέρονται στον αριθμό μαθητών και διδασκόντων κατά την έναρξη της σχολικής χρονιάς. Αυτό σημαίνει ότι την περίοδο αυτήν υπάρχει κάποια διαφοροποίηση στα υπό μελέτη μεγέθη. Αναμένεται να υπάρχει αύξηση του αριθμού των διδασκόντων γιατί στα αρχικά στοιχεία δεν συμπεριλαμβάνεται ο αριθμός των αναπληρωτών που προσλαμβάνονται αργότερα και κατά την διάρκεια της σχολικής χρονιάς.

Το πρώτο γενικό συμπέρασμα που έχουμε είναι ότι η αναλογία μαθητών - διδασκόντων βελτιώνεται σε όλους τους τύπους των γυμνασίων. Ειδικότερα :

- Στα ιδιωτικά, όπου παρουσιάζονται και οι μεγαλύτερες διακυμάνσεις την χρονιά 76/77 έχουμε 37,7 μαθ/διδ και καταλήγουμε την χρονιά 2000/01 στον μικρότερο αριθμό αυτής της σειράς 13,1 μαθ/διδ δηλαδή μείωση της τάξης του 65%. Σε όλη την χρονική διάρκεια της μελέτης η αναλογία μαθητών - διδασκόντων στα ιδιωτικά είναι κατά πολύ μεγαλύτερη των δημοσίων γυμνασίων. Αλλαγή παρουσιάζεται κατά την

χρονιά 98/99 όπου από 23,75 μαθ/διδ το 97/98 μεταβαίνουμε σε 12,9 μαθ/διδ την χρονιά 98/99, μεταβολή την οποία θα προσπαθήσουμε να ερμηνεύσουμε παρακάτω.



Διάγραμμα Α.1: διαχρονική εξέλιξη αναλογίας μαθητών διδασκόντων σε ιδιωτικά, δημόσια γυμνάσια καθώς και στο σύνολο των γυμνασίων.

Στατιστική Ανάλυση για τα Ιδιωτικά Γυμνάσια

Ι) Έλεγχος τυχαιότητας: Θα κάνουμε τον έλεγχο με το κριτήριο συσχέτισεως κατά τάξεις^{1.1}. Για κάθε τιμή Y_i της χρονολογικής σειράς υπολογίζουμε τις τηρήσεις P_i (πόσες από τις επόμενες παρατηρήσεις είναι μεγαλύτερες από την Y_i) και τις παραβάσεις Π_i (πόσες από τις επόμενες παρατηρήσεις είναι μικρότερες από την Y_i). Το n εκφράζει το πλήθος των τιμών της σειράς και το $i = 1, 2, \dots, n-1$. Κατόπιν υπολογίζουμε τα αθροίσματα $P = \sum_{i=1}^{n-1} P_i$ και $\Pi = \sum_{i=1}^{n-1} \Pi_i$ και τον συντελεστή

$\tau = 1 - \frac{4\P}{n(n-1)}$ του οποίου η κατανομή τείνει προς την κανονική καθώς το n

αυξάνεται. Η μαθηματική ελπίδα και η διακύμανση του τ είναι: $E(\tau) = 0$ και

$$\text{var}(\tau) = \frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}.$$

Μηδενική υπόθεση: H_0 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, είναι τυχαία.

^{1.1} Βλέπε Π. ΤΖΩΡΤΖΟΠΟΥΛΟΥ, Ανάλυση χρονολογικών σειρών (1980) σελ.61,68

Εναλλακτική υπόθεση H_1 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, δεν είναι τυχαία.

Επομένως η μηδενική υπόθεση θα απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α αν για

$$\frac{|T - 0|}{\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}} > z_{1-\frac{\alpha}{2}}, \text{ όπου } \alpha = 0,05.$$

Το κριτήριο αυτό χρησιμοποιείται για τον έλεγχο ύπαρξης τάσης στις τιμές της εξεταζόμενης χρονολογικής σειράς^{1,2}. Θα πρέπει όμως να συμπληρώσουμε ότι το κριτήριο αυτό φαίνεται να παρουσιάζει αδυναμία εντοπισμού της τάσης όταν αυτή εκτιμάται με πολυώνυμο δευτέρου ή μεγαλύτερου βαθμού. Στο συμπέρασμα αυτό καταλήξαμε από την μελέτη σειρών (στις επόμενες ενότητες) στις οποίες το κριτήριο δεν οδηγεί στην ύπαρξη τάσης στη σειρά ενώ η μελέτη του γραφήματός της δείχνει σαφή ύπαρξη τάσης. Τα θέμα αυτό χρειάζεται περαιτέρω μελέτη.

Για την χρονολογική σειρά που μελετάμε σχηματίζουμε τον πίνακα 1α για να μας διευκολύνει στον υπολογισμό της ελεγχουσυνάρτησης.

Υπολογίζουμε τις τιμές των $P = 43$ και $\Pi = 257$ οπότε $\tau = 1 - \frac{4 \cdot 257}{25 \cdot 24} = -0,713$,

$$\sigma^2 = \frac{2(50+5)}{9 \cdot 25 \cdot 24} = 0,02 \text{ και } \sigma = 0,143.$$

$$\text{Η τυποποιημένη τιμή για } \tau = -0,713 \text{ είναι } \tau' = \frac{|T - 0|}{\sigma} = \frac{0,713}{0,143} = 5 > 1,96.$$

Πίνακας 1α: Έλεγχος τυχαιότητας σειράς

Χρονιά	Ιδιωτικά	Τηρήσεις	Παραβάσεις	Χρονιά	Ιδιωτικά	Τηρήσεις	Παραβάσεις
76/77	34,47	2	22,00	89/90	25,14	3	8,00
77/78	37,20	0	23,00	90/91	27,62	1	9,00
78/79	34,79	0	22,00	91/92	28,01	0	9,00
79/80	34,21	0	21,00	92/93	27,31	0	8,00
80/81	33,16	0	20,00	93/94	24,88	1	6,00
81/82	24,78	13	6,00	94/95	24,02	1	5,00
82/83	25,93	9	9,00	95/96	25,09	0	5,00
83/84	28,22	4	13,00	96/97	23,36	1	3,00
84/85	29,26	0	16,00	97/98	23,75	0	3,00
85/86	27,57	5	10,00	98/99	12,87	2	0,00
86/87	28,70	1	13,00	99/00	13,26	0	1,00
87/88	28,99	0	13,00	00/01	13,14		
88/89	28,45	0	12,00				

^{1,2} Βλέπε Π. ΤΖΩΡΤΖΟΠΟΥΛΟΥ, Ανάλυση χρονολογικών σειρών (1980) σελ.61,68

Επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι η παραπάνω χρονολογική σειρά δεν αποτελεί ακολουθία τυχαίων παρατηρήσεων. Το συμπέρασμα αυτό είναι αναμενόμενο.

II) Εκτίμηση τάσεως.

Για την εκτίμηση της τάσης της χρονολογικής σειράς μελετούμε τον πίνακα 1β και το διάγραμμα Α.1.α. Στον πίνακα 1β παρουσιάζονται οι τιμές στατιστικών κριτηρίων που παίρνουν τρία μοντέλα:

το γραμμικό $\hat{y} = -0,73t + 35,332$,

το τετραγωνικό $\hat{y} = -0,023t^2 - 0,1758t + 33,2059$,

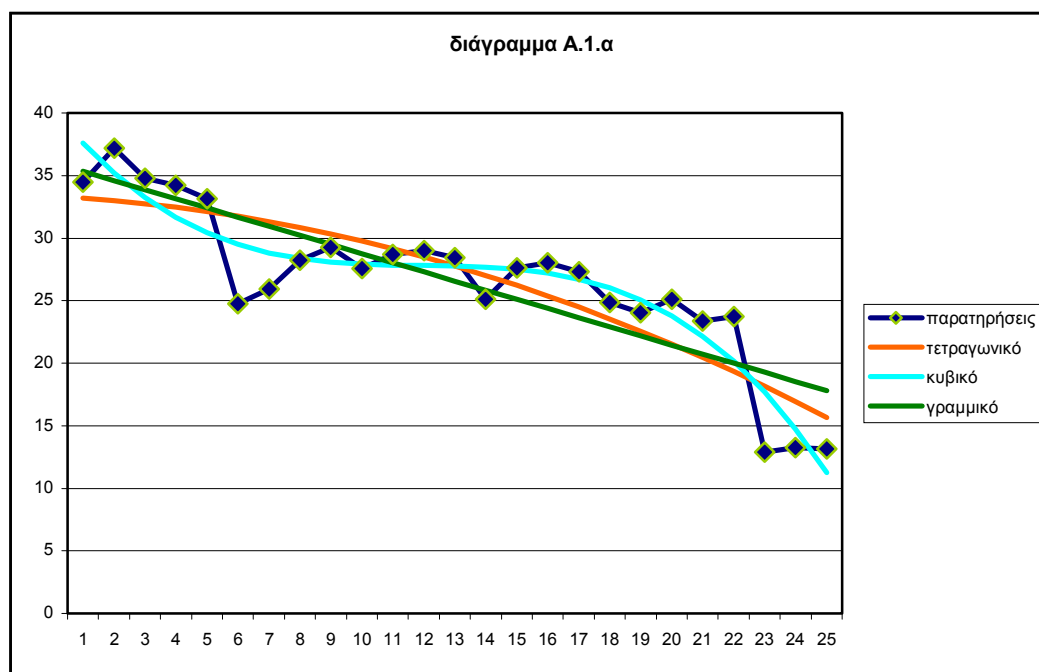
το κυβικό $\hat{y} = -0,0072t^3 + 0,2378t^2 - 2,63t + 37,607$, όπου $t = 0,2, \dots, 24$ ο αριθμός των σχολικών ετών, αρχής γενομένης από το 1976/77, όπως αυτές εκτιμήθηκαν από το στατιστικό πακέτο Eviews 3.1.

Πίνακας 1β: Στατιστικά κριτήρια για την επιλογή μοντέλου εκτίμησης τάσης

Κριτήρια	Γραμμικό	Τετραγωνικό	κυβικό
R^2	0,727	0,757	0,874
radj	0,715	0,735	0,856
SE	3,36	3,24	2,4
F	61,22	34,27	48,74
sigF	0	0	0
στατιστικά σημαντικοί συντελεστές	ναι	όχι (2 μη σημαντικοί)	ναι
MSE	11,33	10,53	5,7
Durbin-Watson	0,867 θετική αυτοσυσχέτιση	0,95 θετική αυτοσυσχέτιση	1,881 καμία αυτοσυσχέτιση
Akaike	5,34	5,3	4,72

Παρατηρώντας τις τιμές αυτών των κριτηρίων διαπιστώνουμε ότι το κυβικό μοντέλο προσαρμόζεται καλύτερα. Το παραπάνω μοντέλο έχει όλους τους συντελεστές του να διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από το μηδέν, «ερμηνεύει» το 85,6% της διασποράς και το μέσο τετραγωνικό λάθος του είναι 5,7. Το τετραγωνικό μοντέλο παρουσιάζει τους συντελεστές του μη στατιστικά σημαντικούς, γεγονός που είναι αρνητικό για την περαιτέρω ανάλυση της χρονολογικής σειράς με αυτό το μοντέλο. Το γραμμικό μοντέλο έχει όλους τους συντελεστές του να διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από το

μηδέν, «ερμηνεύει» το 71,5% της διασποράς και το μέσο τετραγωνικό λάθος του είναι 11,33. Παρατηρώντας το διάγραμμα A.1 βλέπουμε ότι την καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα έχει το κυβικό μοντέλο. Ο έλεγχος αυτοσυσχέτισης (Durbin - Watson) είναι υπέρ του κυβικού μοντέλου όπως και το κριτήριο Akaike. Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω θα προχωρήσουμε στην ανάλυση της χρονολογικής σειράς χρησιμοποιώντας το κυβικό μοντέλο.



Διάγραμμα A.1.α: διαχρονική εξέλιξη αναλογίας μαθητών διδασκόντων σε ιδιωτικά γυμνάσια καθώς και εκτίμηση τάσης με τα τρία μοντέλα.

Έλεγχος αυτοσυσχέτισης (Durbin - Watson):

Ο έλεγχος αυτός εξετάζει αν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα δεδομένα μας (κατάλοιπα). Μία από τις υποθέσεις της ανάλυσης παλινδρόμησης είναι ότι τα κατάλοιπα για διαδοχικές παρατηρήσεις είναι ασυσχέτιστα. Εάν αυτό συμβαίνει, η αναμενόμενη τιμή του κριτηρίου είναι 2. Στους πίνακες του ελέγχου υπάρχουν δύο τιμές d_L, d_u οι οποίες εξαρτώνται από το μέγεθος του δείγματος και από τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών. Με βάση αυτές τις τιμές εξάγουμε τα παρακάτω συμπεράσματα^{1.3}. Αν η τιμή του ελέγχου d βρίσκεται:

$0 < d < d_L$ έχουμε θετική αυτοσυσχέτιση

$d_L < d < d_u$ το συμπέρασμα είναι αβέβαιο

$d_u < d < 4 - d_u$ δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση

^{1.3} Κιντής Α. Στατιστικές οικονομετρικές μέθοδοι, 1994, σελίδα 570,601.

$4 - d_u < d < 4 - d_L$ το συμπέρασμα είναι αβέβαιο

$4 - d_L < d$ αρνητική αυτοσυσχέτιση.

Κριτήριο Akaike^{1.4}

Ο Akaike (1973) πρότεινε ένα κριτήριο για την προσαρμογή ενός μοντέλου βασισμένο στην συνάρτηση πιθανοφάνειας των χρονολογικών σειρών. Η τιμή του κριτηρίου μειώνεται καθώς ο αριθμός των εκτιμώμενων παραμέτρων αυξάνει, ενώ αντιθέτως αυξάνει όταν πλεονάζουσες παράμετροι εισαχθούν στο μοντέλο. Επομένως επιλέγουμε ένα μοντέλο με την μικρότερη δυνατή τιμή σε αυτό το κριτήριο.

III) Υπολογισμός και έλεγχοι τυχαίας συνιστώσας (κατάλοιπα)

Στον πίνακα 1γ παρουσιάζονται οι τιμές της σειράς μας, οι εκτιμώμενες τιμές από την κυβική τάση και τα κατάλοιπα.

Πίνακας 1γ – Υπολογισμός τυχαίας συνιστώσας

Έτος	Y_i	T	I	Έτος	Y_i	T	I
76/77	34,47	37,61	-3.14	89/90	25,14	27,69	-2.55
77/78	37,20	35,21	1.99	90/91	27,62	27,51	0.11
78/79	34,79	33,24	1.55	91/92	28,01	27,21	0.80
79/80	34,21	31,66	2.55	92/93	27,31	26,72	0.59
80/81	33,16	30,43	2.73	93/94	24,88	26,02	-1.14
81/82	24,78	29,50	-4.72	94/95	24,02	25,05	-1.03
82/83	25,93	28,82	-2.89	95/96	25,09	23,78	1.31
83/84	28,22	28,36	-0.14	96/97	23,36	22,15	1.21
84/85	29,26	28,08	1.18	97/98	23,75	20,13	3.62
85/86	27,57	27,92	-0.35	98/99	12,87	17,68	-4.81
86/87	28,70	27,84	0.86	99/00	13,26	14,74	-1.48
87/88	28,99	27,81	1.18	00/01	13,14	11,27	1.86
88/89	28,45	27,77	0.68				

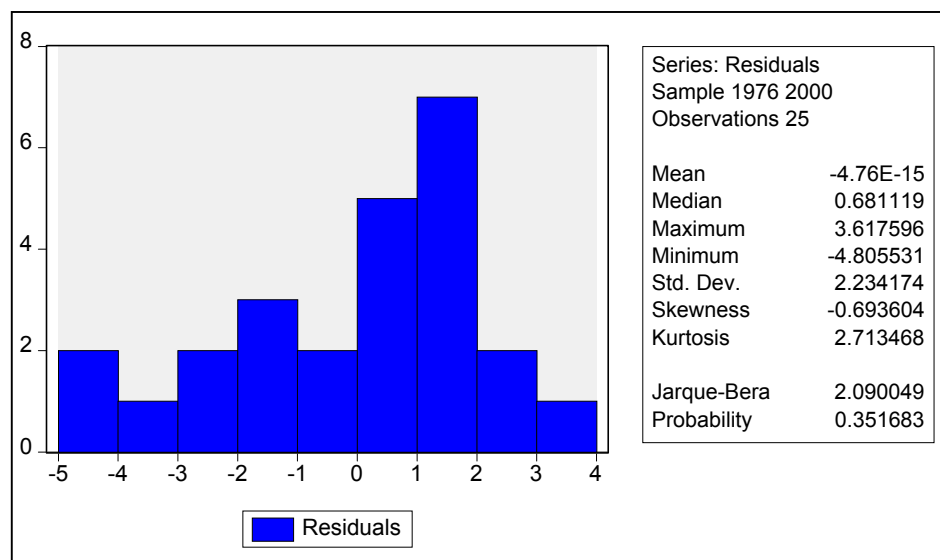
Έλεγχος κανονικότητας της τυχαίας συνιστώσας^{1.5}.

Ο έλεγχος Jarque-Bera εξετάζει αν η σειρά ή τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Συγκρίνει την διαφορά μεταξύ της ασυμμετρίας (skewness) και της κυρτότητας (kurtosis) της σειράς με αυτήν της κανονικής κατανομής. Η πιθανότητα (p-value) που αποδίδει το πρόγραμμα Eviews 3.1, είναι η πιθανότητα η ελεγχοσυνάρτηση να υπερβαίνει την παρατηρηθείσα τιμή κάτω από την μηδενική

^{1.4} Κατρινάκη Α. Μέθοδοι πρόβλεψης μονομεταβλητών χρονολογικών σειρών, 2001, Αθήνα

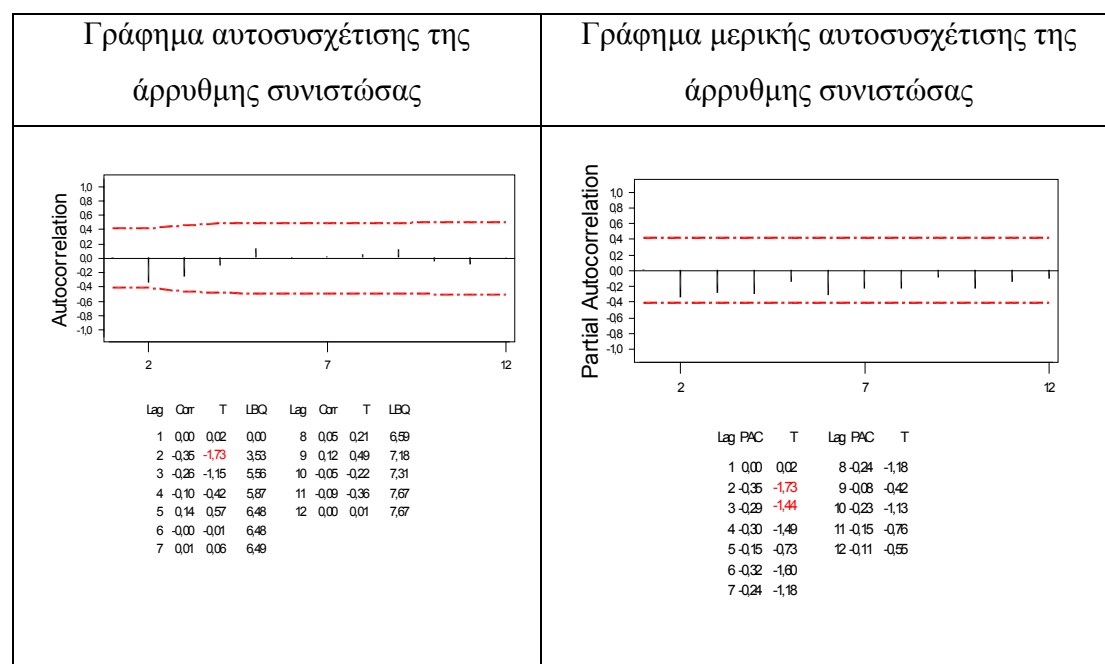
^{1.5} Αρχείο βοήθειας του προγράμματος Eviews 3.1

υπόθεση. Μια τιμή της p-value μικρότερη του 0,05 οδηγεί σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή της κανονικότητας της σειράς.



Διάγραμμα Α.1.β: ιστόγραμμα κατανομής καταλοίπων με περιγραφικά μέτρα.

Η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων απορρίπτεται σε ε.σ. μεγαλύτερο του 35% (ακριβής τιμή p-value =0,351). Επομένως δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία από το δείγμα μας ώστε να απορρίψουμε την κανονικότητα της τυχαίας συνιστώσας.



Διάγραμμα Α.1.γ: διαγράμματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης της άρρυθμης συνιστώσας.

Τα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης A.1.γ δείχνουν ότι η εκτιμώμενη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης παίρνει τιμές αρκετά υψηλές σε ορισμένες υστερήσεις (lags), χωρίς όμως να ξεπερνά τα όρια^{1.6} (οι τιμές που ξεπερνούν τα όρια του κριτηρίου t-statistics σημειώνονται με κόκκινο). Συγκεκριμένα η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης έχει την τιμή της 2^{ης} υστερήσης (lag) στατιστικά σημαντικά διάφορη από το μηδέν και η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης έχει τις τιμές της 2^{ης} και 3^{ης} υστερήσης (lag) στατιστικά σημαντικά διαφορετικές του μηδέν, χωρίς όμως να βρίσκονται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης. Αν ήθελε κάποιος να μειώσει αυτές τις τιμές και να αναζητήσει καλύτερα αποτελέσματα θα μπορούσε να δοκιμάσει την ανάλυση της σειράς με στοχαστικές μεθόδους.

Έλεγχος Ljung-Box Q-statistics^{1.7}

Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 1δ αναφέρονται οι τιμές της ελεγχουσυνάρτησης και οι αντίστοιχες κρίσιμες τιμές τους (p-values). Ο έλεγχος αυτός ελέγχει την μηδενική υπόθεση ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση πάνω από την τάξη κ (όπου κ ο αριθμός της υστερήσης (lag)). Επίσης χρησιμοποιείται για να ελέγξει την τυχαιότητα της σειράς μας.

Πίνακας 1δ: Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (AC), μερικής αυτοσυσχέτισης (PAC)

Υστέρηση (lag)	AC	PAC	Q-Stat	P-value
1	0,004	0,004	0,0005	0,983
2	-0,347	-0,347	3,5271	0,171
3	-0,257	-0,289	5,5562	0,135
4	-0,098	-0,299	5,8662	0,209
5	0,135	-0,145	6,4818	0,262
6	-0,001	-0,320	6,4819	0,371
7	0,014	-0,236	6,4897	0,484
8	0,051	-0,237	6,5941	0,581
9	0,118	-0,084	7,1782	0,619
10	-0,054	-0,225	7,3095	0,696
11	-0,086	-0,152	7,6700	0,743
12	0,003	-0,110	7,6704	0,810

^{1.6} Αρχείο βοήθειας Minitab 12. οι τιμές του κριτηρίου t-statistics πρέπει να παίρνει απόλυτες τιμές μέχρι 1,25 στα τρία πρώτα lags και μέχρι 2 στα επόμενα. Τιμές εντός αυτών των ορίων δείχνουν ότι η τιμή της συνάρτησης είναι μηδέν.

^{1.7} Η Κατρινάκη στην εργασία της «Μέθοδοι πρόβλεψης μονομεταβλητών χρονολογικών σειρών» αναφέρει διαφοροποιήσεις του παρόντος στατιστικού ελέγχου, πλεονεκτήματα και αδυναμίες για κάθε διαφοροποιημένο έλεγχο.

Οι τιμές του ελέγχου για την τυχαία συνιστώσα είναι ενισχυτικές της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα και αυτά είναι μια τυχαία σειρά. Επομένως το μοντέλο που εκτιμήσαμε είναι κατάλληλο για την υπό-μελέτη χρονολογική σειρά.

IV) Προβλέψεις

Για τον έλεγχο της καλής προσαρμογής του μοντέλου μας στις προβλέψεις θα χρησιμοποιήσουμε τρία κριτήρια: Theil, αναλογία μεροληψίας (bias proportion), αναλογία διασποράς (variance proportion).

Έλεγχος προβλέψεων με το κριτήριο του Theil^{1.8}

Το κριτήριο αυτό συγκρίνει την τεχνική πρόβλεψης με την απλή μέθοδο (naïve method). Τιμές του κριτηρίου κοντά στο μηδέν δείχνουν την τέλεια προσαρμογή των προβλέψεων με τις τιμές της σειράς. Η τιμή του κριτηρίου αυτού είναι 0,04 που βρίσκεται πολύ κοντά στο επιθυμητό μηδέν. Άρα η τεχνική πρόβλεψης είναι καλή.

Έλεγχος προβλέψεων με τα κριτήρια των αναλογιών μεροληψίας και διασποράς^{1.9}

Η αναλογία μεροληψίας μας πληροφορεί πόσο «μακριά» βρίσκεται η μέση τιμή των προβλέψεων από την μέση τιμή της σειράς. Η αναλογία διασποράς μας πληροφορεί πόσο «μακριά» βρίσκεται η διασπορά των προβλέψεων από την διασπορά της σειράς. Αν οι προβλέψεις είναι «καλές», οι αναλογίες πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερες. Οι τιμές των αναλογιών στη σειρά μας είναι 0 και 0,03 που σημαίνει ότι έχουμε άριστες προβλέψεις.

Το παραπάνω μοντέλο προβλέπει για την χρονιά 2001/02 τιμή 7,2 μαθητές ανά διδάσκοντα και για την επόμενη χρονιά 2,6. Η τιμή αυτή είναι πρακτικά αδύνατη. Η αξιολόγηση όμως των προβλέψεων είναι αδύνατη γιατί δεν έχουμε παρατηρηθείσες τιμές της χρονολογικής σειράς μετά το έτος 2000. Για αυτόν τον λόγο θα ήταν καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε αυτό το μοντέλο για να αναλύσουμε την σειρά μας από το 1976 έως το 2000. Ενδιαφέρον θα έχει να μελετηθούν και να συγκριθούν οι αντίστοιχες προβλέψεις στοχαστικών μοντέλων.

- Η αναλογία μαθητών – διδασκόντων στο σύνολο των δημοσίων γυμνασίων και στο σύνολο όλων των γυμνασίων σχεδόν ταυτίζονται. Ξεκινά την χρονιά 75/76 με 27,25 μαθ/διδ στα δημόσια και 27,8 στο σύνολο και καταλήγει το 2000/01 σε 10,5

^{1.8} Κατρινάκη Α. Μέθοδοι πρόβλεψης μονομεταβλητών χρονολογικών σειρών, 2001, Αθήνα, σελ.163

^{1.9} αρχείο βοήθειας Eviews 3.1

και 10,7 μαθ/διδ αντίστοιχα, δηλαδή μείωση της τάξης του 61,4% και 61,5% αντίστοιχα.

Στατιστική Ανάλυση για τα Δημόσια Γυμνάσια.

Ι) Έλεγχος τυχαιότητας. Θα ακολουθήσουμε το κριτήριο συσχέτισης κατά τάξεις όπως αυτό περιγράφηκε ανωτέρω.

Μηδενική υπόθεση: H_0 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, είναι τυχαία.

Εναλλακτική υπόθεση H_1 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, δεν είναι τυχαία.

Επομένως η μηδενική υπόθεση θα απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α αν για

$$\text{την παρατηρούμενη τιμή θα ισχύει } \frac{|T - 0|}{\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}} > z_{1-\frac{\alpha}{2}}, \alpha=0,05.$$

Για την χρονολογική σειρά που μελετάμε σχηματίζουμε τον πίνακα 1ε για να μας διευκολύνει στον υπολογισμό της ελεγχουσυνάρτησης.

Υπολογίζουμε τις τιμές των $P = 6$ και $\Pi = 294$ οπότε $\tau = 1 - \frac{4 \cdot 294}{25 \cdot 24} = -0,96$ και

$$\sigma^2 = \frac{2(50+5)}{9 \cdot 25 \cdot 24} = 0,02 \text{ και } \sigma = 0,143.$$

Πίνακας 1ε: Έλεγχος τυχαιότητας σειράς

Χρονιά	Δημόσια	Τηρήσεις	Παραβάσεις	Χρονιά	Δημόσια	Τηρήσεις	Παραβάσεις
76/77	26,91	0	24	89/90	14,49	0	11
77/78	24,59	0	23	90/91	14,12	0	10
78/79	22,86	0	22	91/92	13,20	0	9
79/80	22,13	0	21	92/93	12,97	1	7
80/81	21,28	0	20	93/94	13,04	0	7
81/82	20,96	0	19	94/95	12,19	1	5
82/83	19,59	0	18	95/96	11,57	3	2
83/84	18,79	0	17	96/97	12,21	0	4
84/85	18,15	0	16	97/98	11,58	1	2
85/86	17,49	0	15	98/99	11,87	0	2
86/87	15,87	0	14	99/00	11,01	0	1
87/88	15,13	0	13	00/01	10,53		
88/89	14,73	0	12				

Η τυποποιημένη τιμή για $\tau = -0,96$ είναι $\tau' = \frac{|\tau - 0|}{\sigma} = \frac{0,96}{0,143} = 6,7 > 1,96$.

Επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι η παραπάνω χρονολογική σειρά δεν αποτελεί ακολουθία τυχαίων παρατηρήσεων.

II) Εκτίμηση τάσης.

Για την εκτίμηση της τάσης της χρονολογικής σειράς μελετούμε τον πίνακα 1στ και το διάγραμμα Α.1.δ. Στον πίνακα 1στ παρουσιάζονται οι τιμές στατιστικών κριτηρίων που παίρνουν τρία μοντέλα:

$$\text{Το μοντέλο A : } \hat{y} = -192,969 + 0,584t \frac{494,26}{\sqrt[5]{t}} - \frac{371,15}{\sqrt{t}} + \frac{96,23}{t}$$

$$\text{το κυβικό } \hat{y} = 27,63 - 1,447t + 0,0427t^2 - 0,000464t^3$$

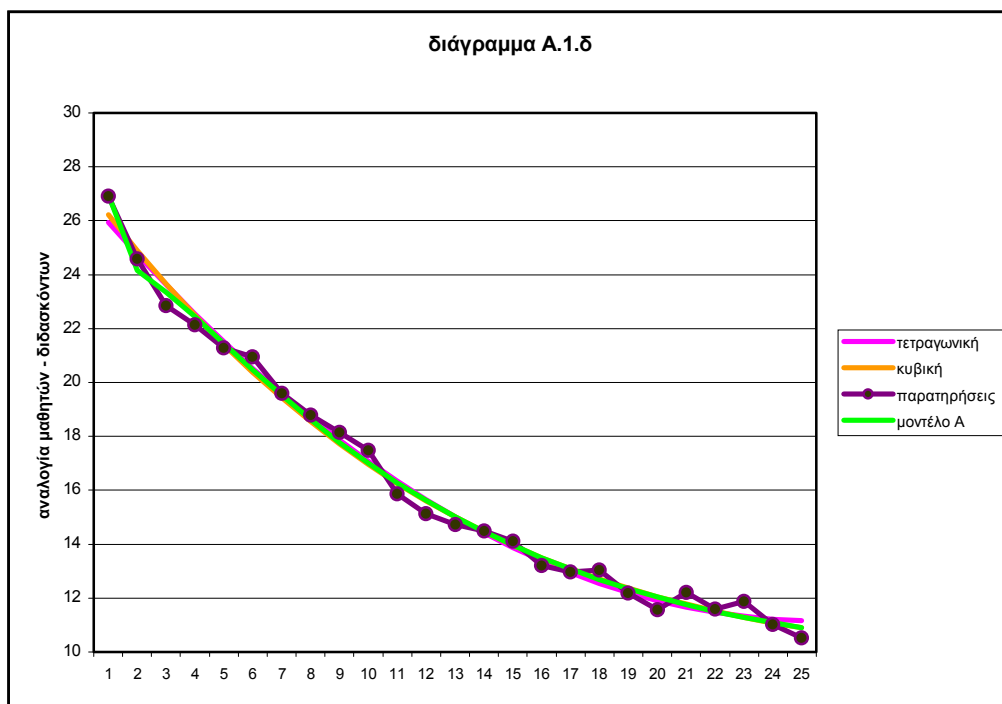
το τετραγωνικό $\hat{y} = 27,172 - 1,2558t + 0,024634t^2$, όπου $t = 1, \dots, 25$, όπως αυτές εκτιμήθηκαν από το στατιστικό πακέτο Eviews 3.1. Παρατηρώντας το διάγραμμα Α.1.δ διαπιστώνουμε ότι τα μοντέλα μας έχουν καλή προσαρμογή στα δεδομένα μας. Παρατηρώντας τις τιμές των κριτηρίων διαπιστώνουμε ότι το κυβικό μοντέλο έχει τον συντελεστή του t^3 να μην διαφέρει στατιστικά σημαντικά από το μηδέν, γεγονός που μας οδηγεί στην απόρριψη αυτού του μοντέλου. Το τετραγωνικό μοντέλο έχει παραπλήσιες τιμές στα ίδια κριτήρια. Ο έλεγχος αυτοσυσχέτισης (Durbin - Watson) για το τετραγωνικό μοντέλο δίνει τιμή 1,441. Η περιοχή αβεβαιότητας του ελέγχου είναι (1,21,1,55). Αυτό είναι ένα πιθανό πρόβλημα που μας οδηγεί στην απόρριψη και αυτού του μοντέλου.

Πίνακας 1στ: Στατιστικά κριτήρια για την επιλογή μοντέλου τάσης

	τετραγωνικό	A	κυβικό
R^2	0,992	0,995	0,993
radj	0,991	0,993	0,992
F	1335,6	904	951,5
sigF	0	0	0
στατιστικά σημαντικοί συντελεστές	ναι	Ναι	Όχι (ο συντελεστής του t^3)
MSE	0,2	0,145	0,18
Akaike	1,32	1,09	1,29
Durbin-Watson	1,441 αβεβαιότητα	1,85 καμία αυτοσυσχέτιση	1,49 αβεβαιότητα

Συνεκτιμώντας όλα τα παραπάνω κριτήρια θα προχωρήσουμε στην ανάλυση της χρονολογικής σειράς χρησιμοποιώντας το μοντέλο Α. «Ερμηνεύει» το 99,3% της

διασποράς, το μέσο τετραγωνικό λάθος του είναι 0,145 και ο έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων δείχνει ότι δεν υπάρχει πρόβλημα (τιμή 1,85 με όριο 1,77).



Διάγραμμα A.1.δ: Διαχρονική εξέλιξη αναλογίας μαθητών – διδασκόντων στα δημόσια γυμνάσια με τις εκτιμήσεις τάσεων

III) Υπολογισμός και έλεγχοι της άρρυθμης συνιστώσας.

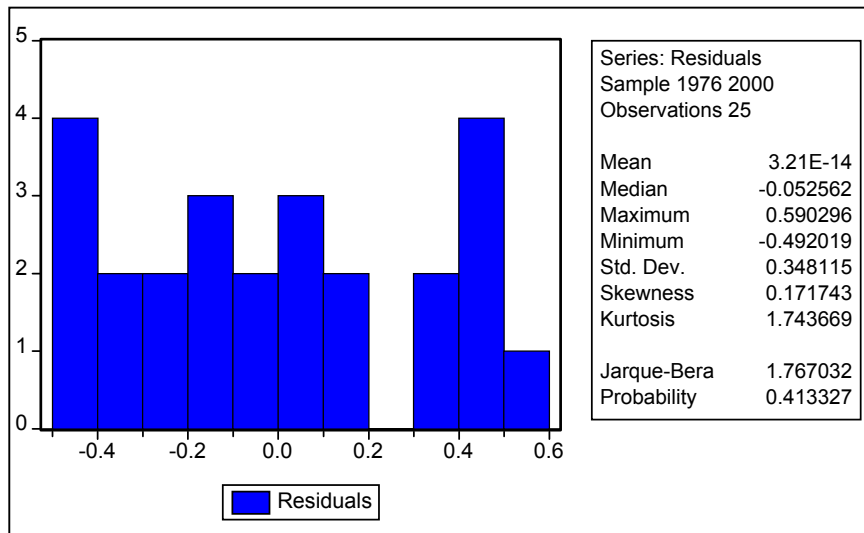
Στον πίνακα 1ζ παρουσιάζονται οι τιμές της σειράς, οι εκτιμώμενες τιμές από το μοντέλο μας καθώς και οι τιμές των καταλοίπων.

Πίνακας 1ζ: Υπολογισμός άρρυθμης συνιστώσας

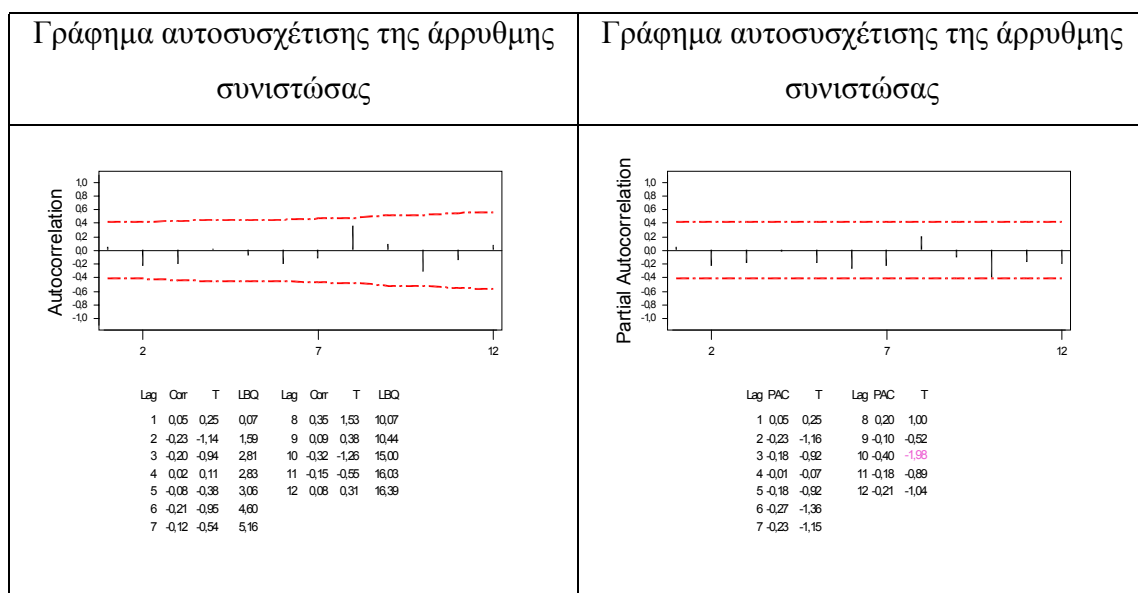
Έτη	Y_i	Τάση	Άρρυθμη	Έτη	Y_i	Τάση	Άρρυθμη
76/77	26,91	26,96	-0,05	89/90	14,49	14,46	0,03
77/78	24,59	24,16	0,43	90/91	14,12	13,96	0,16
78/79	22,86	23,35	-0,49	91/92	13,20	13,50	-0,30
79/80	22,13	22,44	-0,31	92/93	12,97	13,08	-0,11
80/81	21,28	21,45	-0,18	93/94	13,04	12,69	0,35
81/82	20,96	20,47	0,49	94/95	12,19	12,35	-0,16
82/83	19,59	19,51	0,08	95/96	11,57	12,04	-0,47
83/84	18,79	18,61	0,18	96/97	12,21	11,75	0,45
84/85	18,15	17,77	0,37	97/98	11,58	11,50	0,08
85/86	17,49	17,00	0,49	98/99	11,87	11,28	0,59
86/87	15,87	16,28	-0,41	99/00	11,01	11,08	-0,07
87/88	15,13	15,62	-0,49	00/01	10,53	10,91	-0,38
88/89	14,73	15,02	-0,29				

Έλεγχος κανονικότητας της τυχαίας συνιστώσας (διάγραμμα Α.1.ε).

Ο έλεγχος Jarque-Bera εξετάζει αν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων απορρίπτεται σε ε.σ. μεγαλύτερο του 41% (ακριβής τιμή p-value =0,413). Επομένως δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία από το δείγμα μας ώστε να απορρίψουμε την κανονικότητα της τυχαίας συνιστώσας.



Διάγραμμα Α.1.ε: Ιστόγραμμα κατανομής καταλοίπων με περιγραφικά μέτρα



Διάγραμμα Α.1.στ: γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης άρρυθμης συνιστώσας.

Η παρατήρηση των δύο γραφημάτων αυτοσυσχέτισης (Α.1.στ) δείχνει ότι η εκτιμώμενη συνάρτηση των αυτοσυσχετίσεων είναι εντός των ορίων και επομένως η

άρρυθμη συνιστώσα είναι τυχαία. Βέβαια η παρατήρηση των τιμών του κριτηρίου t-statistics δείχνει ότι υπάρχει κάποια τιμή στατιστικά σημαντικά διαφορετική από το μηδέν αλλά εντός των ορίων του διαστήματος εμπιστοσύνης. Αυτή είναι στην 10^η υστέρηση για την συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης. Οι τιμή αυτή είναι οριακά μικρότερη από την κρίσιμη τιμή 2.

Έλεγχος Ljung-Box Q-statistics

Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 1η αναφέρονται οι τιμές της ελεγχουσυνάρτησης και οι αντίστοιχες κρίσιμες τιμές τους (p-values). Οι τιμές του ελέγχου για την τυχαία συνιστώσα είναι ενισχυτικές της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα και αυτά είναι μια τυχαία σειρά. Επομένως το μοντέλο που εκτιμήσαμε είναι κατάλληλο για την υπό μελέτη χρονολογική σειρά.

Πίνακας 1η: Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (AC), μερικής αυτοσυσχέτισης (PAC)

Υστέρηση(lag)	AC	PAC	Q-Stat	P-value
1	0,050	0,050	0,0691	0,793
2	-0,228	-0,231	1,5949	0,450
3	-0,199	-0,184	2,8078	0,422
4	0,024	-0,014	2,8270	0,587
5	-0,082	-0,184	3,0558	0,691
6	-0,209	-0,272	4,6033	0,596
7	-0,122	-0,230	5,1574	0,641
8	0,352	0,201	10,068	0,260
9	0,094	-0,103	10,445	0,316
10	-0,318	-0,396	15,001	0,132
11	-0,146	-0,178	16,030	0,140
12	0,084	-0,209	16,393	0,174

IV) Προβλέψεις

Έλεγχος προβλέψεων με το κριτήριο του Theil

Η τιμή του κριτηρίου αυτού είναι 0,01 που βρίσκεται πολύ κοντά στο επιθυμητό μηδέν. Άρα η τεχνική πρόβλεψης είναι καλή.

Έλεγχος προβλέψεων με τα κριτήρια των αναλογιών μεροληψίας και διασποράς.

Οι τιμές των αναλογιών στη σειρά μας είναι 0 και 0,001 που σημαίνει ότι έχουμε άριστες προβλέψεις.

Το παραπάνω μοντέλο προβλέπει για την χρονιά 2001/02 τιμή 10,8 μαθητές ανά διδάσκοντα και για την επόμενη χρονιά 10,6. Για την χρονιά 2003/04 προβλέπει τιμή 10,5 και για την χρονιά 2004/05 τιμή 10,4 μαθητές ανά διδάσκοντα.

Σύγκριση Ιδιωτικών - Δημοσίων Γυμνασίων.

Η διαφορά αναλογίας μαθητών - διδασκόντων στα ιδιωτικά και δημόσια γυμνάσια είναι πάντα θετική και μάλιστα τις περισσότερες χρονιές παίρνει τιμές κοντά στις 10 μονάδες. Για να ελέγξουμε αν αυτή η διαφορά είναι στατιστικά σημαντική υπολογίζουμε τις διαφορές αναλογιών κάθε χρονιάς και εκτιμούμε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την διαφορά των μέσων. Ο μέσος των διαφορών είναι 10,28 με τυπική απόκλιση 4 και ως 95% διάστημα εμπιστοσύνης το (8.6,11.9). Δεν θα πρέπει όμως να παραλείψουμε να σημειώσουμε ότι τις τρεις τελευταίες χρονιές η διαφορά παίρνει τιμές από 1 έως 2,6 μονάδες.

Στατιστική Ανάλυση στο Σύνολο των Γυμνασίων.

Ι) Έλεγχος τυχαιότητας. Θα ακολουθήσουμε το κριτήριο συσχέτισης κατά τάξεις όπως αυτό περιγράφηκε ανωτέρω.

Μηδενική υπόθεση: H_0 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, είναι τυχαία.

Εναλλακτική υπόθεση H_1 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, δεν είναι τυχαία.

Επομένως η μηδενική υπόθεση θα απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α αν για

την παρατηρούμενη τιμή θα ισχύει $\frac{|T - 0|}{\sqrt{\frac{2(2n + 5)}{9n(n - 1)}}} > z_{1 - \frac{\alpha}{2}}, \alpha = 0,05$.

Για την χρονολογική σειρά που μελετάμε σχηματίζουμε τον πίνακα 1θ για να μας διευκολύνει στον υπολογισμό της ελεγχουσυνάρτησης.

Υπολογίζουμε τις τιμές των $P = 6$ και $\Pi = 294$ οπότε $\tau = 1 - \frac{4 \cdot 294}{25 \cdot 24} = -0,96$ και

$\sigma^2 = \frac{2(50 + 5)}{9 \cdot 25 \cdot 24} = 0,02$ και $\sigma = 0,143$.

Η τυποποιημένη τιμή για $\tau = -0,96$ είναι $\tau' = \frac{|\tau - 0|}{\sigma} = \frac{0,96}{0,143} = 6,7 > 1,96$.

Επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι η παραπάνω χρονολογική σειρά δεν αποτελεί ακολουθία τυχαίων παρατηρήσεων.

Πίνακας 10: Έλεγχος τυχαιότητας

Χρονιά	Σύνολο Ελλάδας	Τηρήσεις	Παραβάσεις	Χρονιά	Σύνολο Ελλάδας	Τηρήσεις	Παραβάσεις
76/77	27,33	0,00	24,00	89/90	14,73	0,00	11,00
77/78	25,03	0,00	23,00	90/91	14,40	0,00	10,00
78/79	23,22	0,00	22,00	91/92	13,49	0,00	9,00
79/80	22,44	0,00	21,00	92/93	13,26	1,00	7,00
80/81	21,55	0,00	20,00	93/94	13,33	0,00	7,00
81/82	21,06	0,00	19,00	94/95	12,47	1,00	5,00
82/83	19,73	0,00	18,00	95/96	11,85	3,00	2,00
83/84	18,97	0,00	17,00	96/97	12,47	0,00	4,00
84/85	18,37	0,00	16,00	97/98	11,85	1,00	2,00
85/86	16,84	0,00	15,00	98/99	11,91	0,00	2,00
86/87	16,10	0,00	14,00	99/00	11,11	0,00	1,00
87/88	15,37	0,00	13,00	00/01	10,64		
88/89	14,97	0,00	12,00				

II) Εκτίμηση τάσης.

Για την εκτίμηση της τάσης της χρονολογικής σειράς μελετούμε τον πίνακα 1i και το διάγραμμα Α.1.ζ. Στον πίνακα 1i παρουσιάζονται οι τιμές στατιστικών κριτηρίων που παίρνουν τέσσερα μοντέλα:

το μοντέλο Α: $\hat{y} = 26,4 - 0,95t + 3,69 \cdot 10^{-5} t^4 - 1,72 \cdot 10^{-12} t^9 + 1,89 t^{-7}$

το κυβικό $\hat{y} = 28,3144 - 1,6116t + 0,0566 t^2 - 0,0008 t^3$

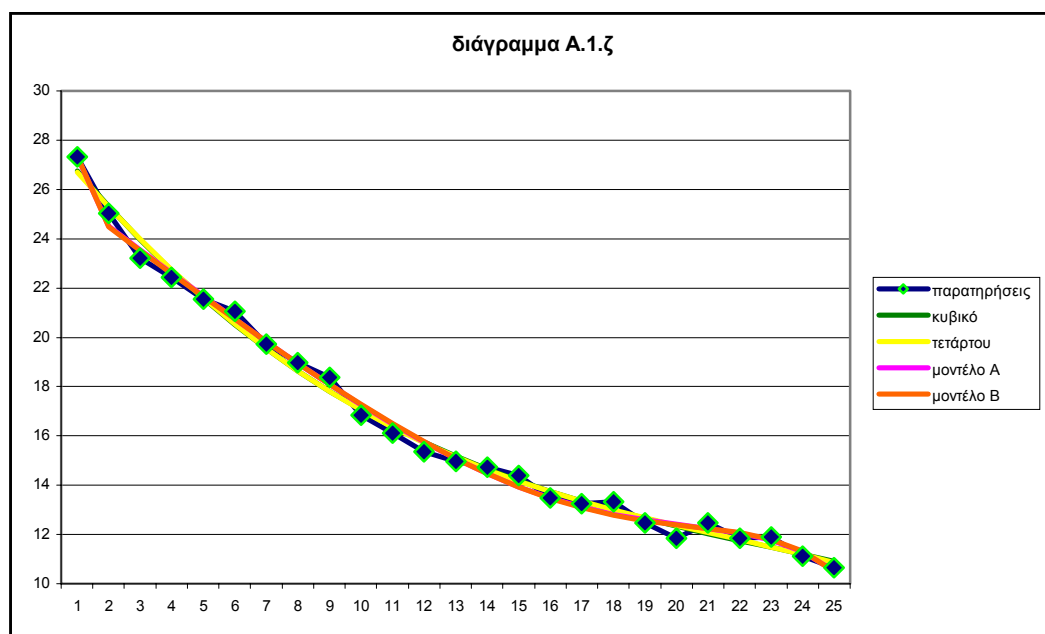
το μοντέλο Β: $\hat{y} = 26,34 - 0,94t + 3,42 \cdot 10^{-5} t^4 - 5,97 \cdot 10^{-12} t^{10} + 1,94 t^{-6}$

το μοντέλο τετάρτου βαθμού $\hat{y} = 28,19 - 1,53 t + 0,043t^2 - 0,00001546t^4$, όπου $t = 1, 2, \dots, 25$, όπως αυτές εκτιμήθηκαν από το στατιστικό πακέτο Eviews 3.1. Παρατηρώντας το διάγραμμα Α.1.ζ διαπιστώνουμε την πολύ καλή προσαρμογή των μοντέλων. Μελετώντας τις τιμές των κριτηρίων διαπιστώνουμε ότι το κυβικό μοντέλο και το ελλιπές τεταρτοβάθμιο παρουσιάζουν πρόβλημα στους ελέγχους αυτοσυσχέτισης. Υπεροχή παρουσιάζουν τα μοντέλα Α και Β στα κριτήρια Akaike και Durbin-Watson.

Αν εξετάσουμε και τα γραφήματα αυτοσυσχέτισης των μοντέλων Α και Β διαπιστώνουμε ότι οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης στο μοντέλο Β παίρνουν μικρότερες τιμές από αυτές του Α. Για αυτό το λόγο θα αναλύσουμε την σειρά με το μοντέλο Β.

Πίνακας 1ι: Στατιστικά κριτήρια για την επιλογή μοντέλου τάσης

	A	B	κυβικό	Τετάρτου βαθμού
R^2	0,996	0,996	0,994	0,994
radj	0,995	0,995	0,993	0,993
F	1254	1212	1206	1215
sigF	0	0	0	0
στατιστικά σημαντικοί συντελεστές	Ναι	Ναι	ναι	Ναι
MSE	0,107	0,111	0,15	0,15
Akaike	0,78	0,81	1,07	1,06
Durbin-Watson	2,01 ασυσχέτιστα	1,97 ασυσχέτιστα	1,51 αβεβαιότητα	1,54 αβεβαιότητα



Διάγραμμα Α.1.ζ: Διαχρονική εξέλιξη αναλογίας μαθητών – διδασκόντων στο σύνολο των γυμνασίων με τις εκτιμήσεις τάσεων

III) Υπολογισμός και έλεγχοι τυχαίας συνιστώσας

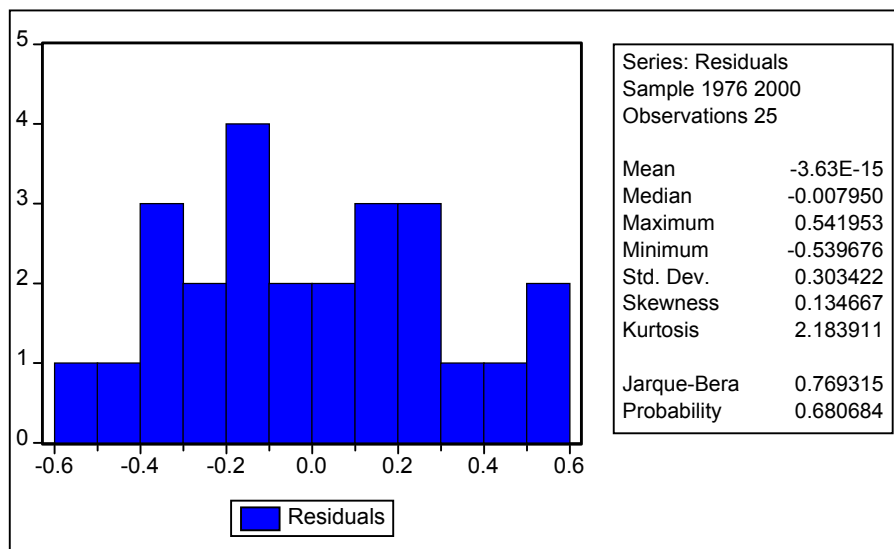
Στον πίνακα 1ια παρουσιάζονται οι τιμές της σειράς, οι εκτιμώμενες τιμές από το μοντέλο Β και τα κατάλοιπα του.

Πίνακας 1ια – Υπολογισμός τυχαίας συνιστώσας

Έτος	Y _i	T	I _i	Έτος	Y _i	T	I _i
76/77	27,33	27,34	-0,01	89/90	14,73	14,47	0,26
77/78	25,03	24,49	0,54	90/91	14,40	13,93	0,47
78/79	23,22	23,53	-0,31	91/92	13,49	13,47	0,02
79/80	22,44	22,59	-0,15	92/93	13,26	13,09	0,17
80/81	21,55	21,66	-0,11	93/94	13,33	12,79	0,54195
81/82	21,06	20,74	0,32	94/95	12,47	12,56	-0,09103
82/83	19,73	19,84	-0,11	95/96	11,85	12,39	-0,53968
83/84	18,97	18,96	0,01	96/97	12,47	12,24	0,22676
84/85	18,37	18,10	0,27	97/98	11,85	12,07	-0,22226
85/86	16,84	17,28	-0,44	98/99	11,91	11,80	0,10799
86/87	16,10	16,50	-0,39	99/00	11,11	11,32	-0,21405
87/88	15,37	15,76	-0,39	00/01	10,64	10,49	0,15420
88/89	14,97	15,08	-0,11				

Έλεγχος κανονικότητας της τυχαίας συνιστώσας (διάγραμμα Α.1.η).

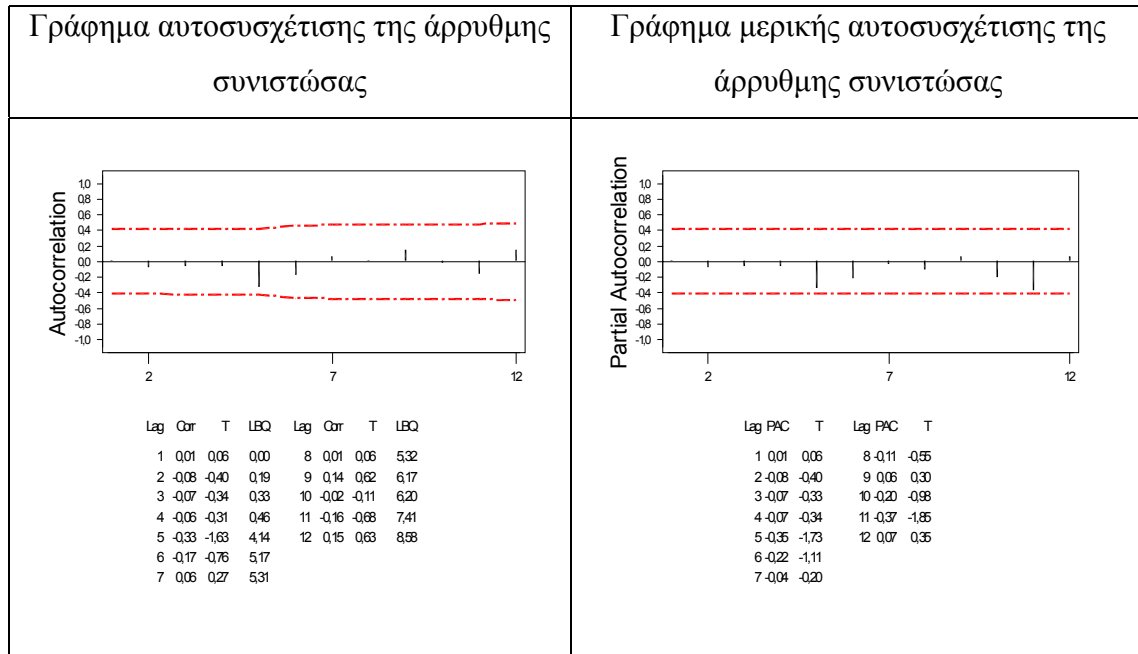
Ο έλεγχος Jarque-Bera εξετάζει αν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων απορρίπτεται σε ε.σ. μεγαλύτερο του 68% (ακριβής τιμή p-value =0,681) για το μοντέλο Β. Επομένως δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία από το δείγμα μας ώστε να απορρίψουμε την κανονικότητα της τυχαίας συνιστώσας



Διάγραμμα Α.1.η: ιστογράμματα καταλοίπων στα δύο μοντέλα με περιγραφικά μέτρα

Τα γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης (Α.1.θ) δείχνουν ότι η εκτιμώμενη συνάρτηση αυτοσυσχετίσεων δεν ξεπερνά τα όρια του διαστήματος εμπιστοσύνης. Οι τιμές του κριτηρίου t-statistics είναι όλες στα επιτρεπτά διαστήματα

(-1,25 έως 1,25 στις τρεις πρώτες υστερήσεις και από -2 έως 2 στις επόμενες). Επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η άρρυθμη συνιστώσα είναι μια τυχαία σειρά.



Διάγραμμα Α.1.θ: Γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης της άρρυθμης συνιστώσας

Έλεγχος Ljung-Box Q-statistics

Πίνακας 1ιβ: Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (AC), μερικής αυτοσυσχέτισης (PAC)

Υστερήσεις (lags)	AC	PAC	Q-Stat	P-value
1	0,012	0,012	0,0038	0,951
2	-0,080	-0,080	0,1917	0,909
3	-0,068	-0,066	0,3315	0,954
4	-0,063	-0,069	0,4580	0,977
5	-0,330	-0,345	4,1362	0,530
6	-0,170	-0,221	5,1662	0,523
7	0,063	-0,040	5,3136	0,622
8	0,013	-0,110	5,3207	0,723
9	0,142	0,060	6,1679	0,723
10	-0,025	-0,196	6,1957	0,799
11	-0,159	-0,371	7,4098	0,765
12	0,150	0,070	8,5774	0,739

Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 1ιβ αναφέρονται οι τιμές της ελεγχουσυνάρτησης και οι αντίστοιχες κρίσιμες τιμές τους (p-values). Οι τιμές του

ελέγχου για την τυχαία συνιστώσα είναι ενισχυτικές της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα και αυτά είναι μια τυχαία σειρά. Επομένως το μοντέλο που εκτιμήσαμε είναι κατάλληλο για την υπό μελέτη χρονολογική σειρά.

IV) Προβλέψεις

Έλεγχος προβλέψεων με το κριτήριο του Theil

Η τιμή του κριτηρίου αυτού είναι 0,008 που βρίσκεται πολύ κοντά στο επιθυμητό μηδέν. Άρα η τεχνική πρόβλεψης είναι καλή.

Έλεγχος προβλέψεων με τα κριτήρια των αναλογιών μεροληψίας και διασποράς.

Οι τιμές των αναλογιών στη σειρά μας είναι 0 και 0,001 που σημαίνει ότι έχουμε άριστες προβλέψεις. Για την χρονιά 2001/02 το μοντέλο προβλέπει 9,1 μαθητές ανά διδάσκοντα, για την χρονιά 2002/03 αναλογία 6,8 μαθητών - διδασκόντων.

1.Α.2.α Διαχρονική Εξέλιξη Αναλογίας Μαθητών - Διδασκόντων στα Γυμνάσια σε όλες τις Περιφέρειες

Στο διάγραμμα Α.2 και στον πίνακα 2 (παράρτημα) βλέπουμε την διαχρονική εξέλιξη του αριθμού μαθητών ανά καθηγητή σε κάθε περιφέρεια, όπως αυτές είναι κωδικοποιημένες από την ΕΣΥΕ το 1976. Για να έχουμε μια συνέχεια της χρονολογικής σειράς, δεν λάβαμε υπόψη μας την αλλαγή κωδικοποίησης που έγινε το 1994 και κρατήσαμε την παλιά (άλλαξε την κατανομή των νομών στις περιφέρειες). Το μόνο πρόβλημα που έμεινε ήταν η αλλαγή περιφέρειας πρωτεύουσας – υπόλοιπο Αττικής (η παλιά κωδικοποίηση την ενέτασσε στην Στερεά Ελλάδα) σε Αττική. Μέχρι την χρονιά 1997/1998 περιλάβαμε το υπόλοιπο Αττικής στην Στερεά Ελλάδα.

Η πρώτη ματιά δείχνει ότι τα νησιά του Αιγαίου, του Ιονίου και η Ήπειρος είναι οι περιφέρειες με την καλύτερη αναλογία μαθητών - διδασκόντων ενώ η περιφέρεια πρωτεύουσας με την χειρότερη.

Η πορεία του δείκτη μαθ/διδ σε κάθε περιφέρεια είναι η κάτωθι :

- **περιφέρεια πρωτεύουσας** (μετά το 1998 Αττική). Σε όλη την χρονική διάρκεια της μελέτης βρίσκεται υψηλότερα από τον συνολικό δείκτη. Η διαφορά του όμως από τον συνολικό δείκτη μειώνεται σταδιακά. Την χρονιά 1976/1977 ο δείκτης της περιφέρειας πρωτεύουσας υπερείχε του συνολικού κατά 11,15% (30,9 έναντι 27,8) ενώ την χρονιά 2000/01 υπερείχε κατά 8,4% (11,6 έναντι 10,7). Παρόλα αυτά την τελευταία τριετία διαφαίνεται μία τάση αύξησης της διαφοράς.

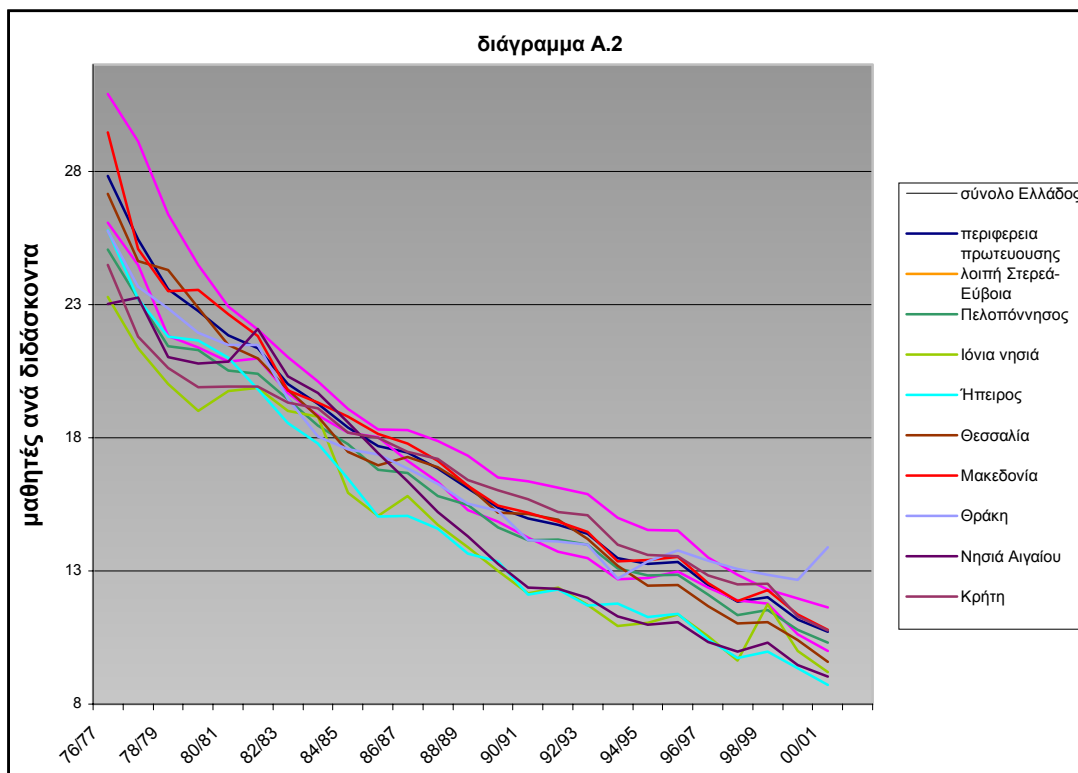
- **Λοιπή Στερεά - Εύβοια** (μέχρι και το 1998 περιέχει και το υπόλοιπο Αττικής).

Η αναλογία αυτής της περιφέρειας βρίσκεται σε ελαφρά χαμηλότερο επίπεδο, άρα και καλύτερο, από ότι αυτή του συνόλου της χώρας. Εξαίρεση αποτελούν οι χρονιές 1985/1986 και 1997/1998 που ελαφρώς υπερβαίνει ο δείκτης της Στερεάς τον συνολικό. Τη χρονιά 1976/1977 ήταν 26,05 ενώ το 2000/01 ήταν 9,986.

- **Πελοπόννησος.** Η πορεία του δείκτη της είναι σχεδόν ταυτόσημη με τον συνολικό με μικρότερες όμως τιμές. Μέχρι την χρονιά 1981/1982 οι διαφορές του από τον συνολικό κυμαίνονταν από 1 έως 2,5 μαθητές ανά διδάσκοντα. Από εκείνη την χρονιά και μετά σχεδόν ταυτίζονται. Την τελευταία χρονιά ο δείκτης Πελοποννήσου είναι στους 10,3 μαθητές ανά διδάσκοντα, περίπου 0,4 μαθητές ανά διδάσκοντα λιγότερο από τον συνολικό.

- **Ιόνια νησιά.** Σε όλη την χρονική διάρκεια της μελέτης ο δείκτης των Ιονίων βρίσκεται πιο κάτω από τον συνολικό. Διαφοροποιείται μόνο ως προς την διαφορά του από τον συνολικό. Συγκεκριμένα από το 1976 έως το 1980 η διαφορά του από τον συνολικό παίρνει τιμές κοντά στις 4 μονάδες. Τις χρονιές 1980-1983 πέφτει περίπου στην μία μονάδα και την χρονιά 1983/1984 σχεδόν ταυτίζεται με τον συνολικό. Από το 1984 έως το 1998 απομακρύνεται ελαττώνοντας τις τιμές του με διαφορές μεγαλύτερες της μονάδας. Την χρονιά 1998/1999 παρουσιάζει την μικρότερη διαφορά με τον συνολικό δείκτη της τάξης του 0,26. Αυτή η απότομη αύξηση από 9,64 το 1997/1998 σε 11,74 προέρχεται από την μείωση του διδακτικού προσωπικού από 797 σε 654 αντίστοιχα. Πιθανές αιτίες που μπορεί να εξηγούν ένα μέρος αυτής της αλλαγής είναι η καθυστερημένη πρόσληψη εκπαιδευτικών από τον διαγωνισμό του ΑΣΕΠ και το ότι οι προσλήψεις των αναπληρωτών γίνονται αργότερα (τα στοιχεία αναφέρονται στην έναρξη της σχολικής χρονιάς).

- **Ήπειρος.** Σε όλη την χρονική διάρκεια ο δείκτης κινείται πτωτικά και χαμηλότερα του συνολικού δείκτη. Μέχρι το 1983 βρίσκεται πιο κοντά στον συνολικό δείκτη από ότι από εκεί και πέρα. Η μείωση του αριθμού μαθητών ανά καθηγητή οφείλεται κατά κύριο λόγο στην μεγάλη αύξηση του αριθμού των διδασκόντων. Από 457 το 1976 γίνονται 1275 το 2000. Αντίστοιχα ο αριθμός των μαθητών παραμένει σχεδόν σταθερός. Την χρονιά 1976/1977 ήταν 11784 και το 2000 ήταν 11132.



Διάγραμμα Α.2: διαχρονική εξέλιξη του αριθμού μαθητών γυμνασίου ανά καθηγητή σε κάθε περιφέρεια

- **Θεσσαλία.** Η πορεία του δείκτη αυτής της περιφέρειας είναι πτωτική. Μέχρι την χρονιά 1983/1984 σχεδόν ταυτίζεται με τον συνολικό δείκτη και από εκεί και πέρα παρουσιάζει μία μικρή υστέρηση σε σχέση με αυτόν. Την τελευταία επταετία ο ρυθμός μείωσης του είναι μεγαλύτερος από αυτόν του συνολικού δείκτη. Αυτό οφείλεται περισσότερο στην μείωση του μαθητικού πληθυσμού στην περιφέρεια αυτή παρά στην μικρή αύξηση του διδακτικού προσωπικού τα τελευταία χρόνια.

- **Μακεδονία.** Η πορεία αυτού του δείκτη είναι σχεδόν ταυτόσημη με αυτήν του συνολικού. Οι διαφορές τους δεν υπερβαίνουν το 0,8 (με εξαίρεση την χρονιά 1976/1977) με μέση τιμή 0,3. Την τελευταία χρονιά παίρνει την τιμή 10,76 έναντι 10,7 του συνολικού.

- **Θράκη.** Η πορεία αυτού του δείκτη μέχρι το 1994/1995 υστερεί του συνολικού με πολύ μικρές διαφοροποιήσεις από αυτόν. Από το '95 και μετά αρχίζει μία σταθεροποίηση του δείκτη μέχρι το 2000/01 γεγονός που τον οδηγεί πάνω από τον συνολικό στο 13,88 που είναι η υψηλότερη τιμή για όλες τις περιφέρειες. Αυτό

οφείλεται στο ότι η αύξηση των μαθητών (5%) ακολουθήθηκε και από περίπου ανάλογη αύξηση (4%) των καθηγητών πράγμα που δεν συνέβη σε άλλες περιφέρειες.

• **Νήσοι Αιγαίου.** Μέχρι το 1980/1981 υπολείπεται του συνολικού δείκτη.

Για τέσσερα χρόνια ταυτίζεται με τον συνολικό δείκτη και από το 1985 μέχρι σήμερα ακολουθεί πορεία πολύ χαμηλότερη του συνολικού δείκτη. Το 2000/01 παρουσιάζει τιμή 9,02 μαθητές ανά καθηγητή που την κατατάσσει στην δεύτερη καλύτερη θέση ανάμεσα στις περιφέρειες.

Μια πιθανή αιτιολόγηση αυτού του φαινομένου βασίζεται στην ιδιαίτερη μορφολογία των νησιών. Πολλά μικρά νησιά έχουν τάξεις με λίγα παιδιά και κανονικό αριθμό καθηγητών. Αυτό το γεγονός επιβάλλεται από εθνικούς και πολιτικούς λόγους. Επίσης δεν θα μπορούσε ένα παιδί των Οινουσσών να μετακινείται καθημερινά στην γειτονική Χίο για να πηγαίνει σχολείο την στιγμή που τον χειμώνα οι θαλάσσιες συγκοινωνίες είναι προβληματικές.

• **Κρήτη .** Ξεκινά το 1976/1977 με τιμή 24,5 μικρότερη του συνολικού και παραμένει χαμηλότερη από αυτόν μέχρι το 1983/1984. Από εκεί και μετά συμπορεύεται με αυτόν και κάποιες χρονιές τον υπερβαίνει ελαφρά. Το 2000/01 παίρνει τιμή 10,76 έναντι 10,71 του συνολικού.

1.Α.2.β Διαχρονική Εξέλιξη Αναλογίας Μαθητών - Διδασκόντων στα Γυμνάσια σε Μητροπολιτικούς, Δυσπρόσιτους Νομούς και σε Νομούς με Μεγάλα Αστικά Κέντρα

Προσπαθώντας να διερευνήσουμε την κατάσταση που επικρατεί σε κάθε γωνιά της Ελλάδας προχωρήσαμε σε μία ομαδοποίηση των νομών διαφορετική από αυτήν της ΕΣΥΕ. Χωρίσαμε τους νομούς σε τέσσερις κατηγορίες :

- α) **μητροπολιτικοί νομοί:** περιφέρεια πρωτεύουσας (από το 98 και εντεύθεν Αττική) και Θεσσαλονίκης.
- β) **νομοί με μεγάλα αστικά κέντρα άνω των 50.000 κατοίκων :** Αχαΐας, Ηρακλείου, Λαρίσης, Μαγνησίας, Ιωαννίνων.
- γ) **δυσπρόσιτοι :** Έβρου, Φλωρίνης, Ευρυτανίας και νησιά Αιγαίου.

Συμπεριλάβαμε νομούς στους οποίους βρίσκονται αρκετά από τα σχολεία τα οποία

χαρακτηρίζει το ΥΠΕΠΘ σαν δυσπρόσιτα. Σε αυτά γίνονται ξεχωριστοί διορισμοί και υποχρεώνονται οι καθηγητές να παραμείνουν επί τριετία και χωρίς να έχουν το δικαίωμα απόσπασης.

δ) υπόλοιποι.

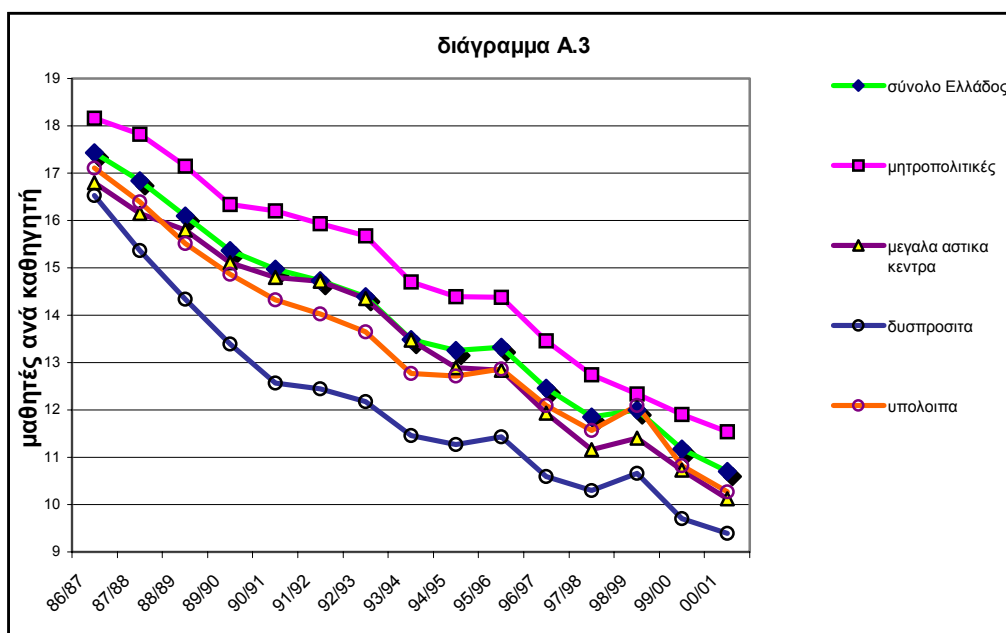
Στο διάγραμμα Α.3 (πίνακας 3 – παράρτημα) βλέπουμε την πορεία της αναλογίας μαθητών – διδασκόντων σε αυτές τις κατηγορίες από το 1986 μέχρι σήμερα. Για τις προηγούμενες χρονιές δεν υπάρχουν στοιχεία.

- Η αναλογία μαθ/διδ στους μητροπολιτικούς νομούς μέχρι το '98 είναι αρκετά μεγαλύτερη όλων των άλλων δείχνοντας ότι σε αυτούς τους νομούς τα τμήματα είναι πιο πολυπληθή. Η διαφορά είναι περίπου μία μονάδα. Το σχολικό έτος 1998/1999 φαίνεται ότι η διαφορά αμβλύνεται. Αυτό μάλλον είναι πλασματικό και οφείλεται στην καθυστερημένη πρόσληψη καθηγητών από τον διαγωνισμό του ΑΣΕΠ. Σε αυτό συνηγορεί το γεγονός ότι αλλαγή στην τάση τους παρουσιάζουν επαρχιακές περιφέρειες στις οποίες πάνε νεοδιόριστοι καθηγητές και όχι τα αστικά κέντρα Αθηνών – Θεσσαλονίκης στα οποία δεν πηγαίνουν νεοδιόριστοι. Στα δύο τελευταία χρόνια η διαφορά τείνει να γίνει όπως προηγουμένως.

Η αναλογία στους δυσπρόσιτους νομούς φαίνεται να είναι σαφώς μικρότερη από όλες τις άλλες περιοχές. Ειδικότερα η διαφορά της από την συνολική παίρνει τιμές από 0,9 έως 2,4 με μέση τιμή 1,77. Τα τελευταία χρόνια παρουσιάζει μία συνεχή μείωση και αυτό γιατί η αναλογία στα δυσπρόσιτα έχει φτάσει αρκετά χαμηλά (9,4 το 2000/01), ώστε είναι δύσκολο να μειωθεί και άλλο, και την πλησιάζει η συνολική αναλογία.

Στις άλλες δύο κατηγορίες η αναλογία μαθητών - διδασκόντων κινείται ταυτόσημα με τιμές ανάμεσα στους δύο προαναφερθέντες. Σε σχέση με την αναλογία μαθητών - διδασκόντων της χώρας παίρνουν τιμές λίγο μικρότερες, εναλλασσόμενες ως προς το μέγεθός τους.

Η ανοδική κίνηση του '98 ίσως να οφείλεται στην καθυστέρηση πρόσληψης των καθηγητών από τον διαγωνισμό του ΑΣΕΠ, όπως προείπαμε.



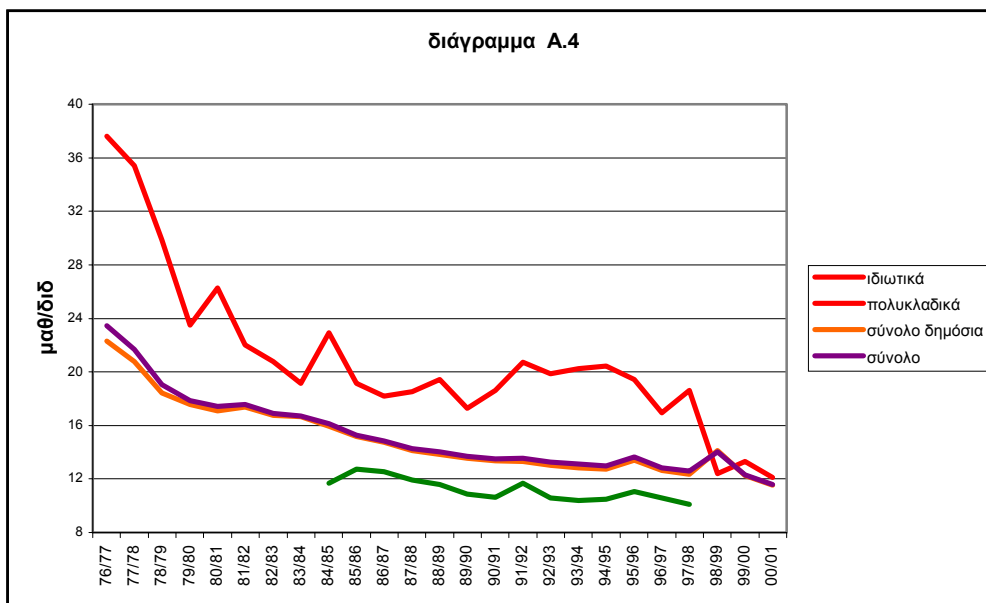
Διάγραμμα Α.3: διαχρονική εξέλιξη αριθμού μαθητών γυμνασίου ανά καθηγητή σε δυσπρόσιτους νομούς.

1.B Διαχρονική Εξέλιξη Αναλογίας Μαθητών – Διδασκόντων στα Λύκεια

1.B.1 Ανάλυση ανά Είδος Λυκείου (Δημόσια – Ιδιωτικά – Πολυκλαδικά)

Στο διάγραμμα Α.4 – πίνακας 4 (παράρτημα) βλέπουμε τη διαχρονική εξέλιξη του αριθμού των μαθητών που αναλογούν σε κάθε διδάσκοντα σε διάφορες μορφές λυκείων της χώρας (δημόσια – ιδιωτικά – πολυκλαδικά). Τα στοιχεία αρχίζουν από την σχολική χρονιά 1976/77 κατά την οποία ο θεσμός του λυκείου αντικατέστησε αυτόν του εξαταξίου γυμνασίου. Για τα πολυκλαδικά λύκεια τα στοιχεία αναφέρονται στην περίοδο λειτουργίας τους δηλ. 1984 έως 1998. Τα στοιχεία των τριών τελευταίων χρόνων είναι προσωρινά δηλ. αναφέρονται στον αριθμό μαθητών και διδασκόντων κατά την έναρξη της σχολικής χρονιάς. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει κάποια διαφοροποίηση στα υπό μελέτη μεγέθη. Πιο σημαντική αναμένεται να είναι η αύξηση του αριθμού των διδασκόντων γιατί δεν συμπεριλαμβάνονται στα αρχικά στοιχεία ο αριθμός των αναπληρωτών που προσλαμβάνονται αργότερα και κατά την διάρκεια της σχολικής χρονιάς.

Ο αριθμός των παιδιών θα κινείται μειωτικά λόγω της αποχώρησης μαθητών – προς τεχνικά λύκεια και σχολές του ΟΑΕΔ – που όμως στην αρχή της χρονιάς και για αρκετούς μήνες φαίνονται σαν εγγεγραμμένοι στα λύκεια. Το πρώτο γενικό συμπέρασμα που έχουμε είναι ότι η αναλογία μαθητών διδασκόντων βελτιώνεται σε όλους τους τύπους των λυκείων.



Διάγραμμα Α.4: διαχρονική εξέλιξη του αριθμού μαθητών - διδασκόντων σε ιδιωτικά, πολυκλαδικά, δημόσια λύκεια καθώς και στο σύνολο των λυκείων.

Στατιστική Ανάλυση στα Ιδιωτικά Λύκεια

- Στα ιδιωτικά, όπου παρουσιάζονται και οι μεγαλύτερες διακυμάνσεις – πιθανή αιτία για αυτές είναι ο μικρός αριθμός τους σε σχέση με τα δημόσια που τα κάνει πιο «ευάλωτα» σε μικρές αλλαγές αριθμών - την χρονιά 1976/1977 έχουμε 37,6 μαθ/διδ και καταλήγουμε την χρονιά 2000/2001 στον μικρότερο αριθμό αυτής της σειράς 12,1 μαθ/διδ δηλ. μείωση της τάξης του 67,8%. Μέχρι την χρονιά 1997/1998 η αναλογία μαθητών - διδασκόντων στα ιδιωτικά υπερέρχει από 2,5 έως 14 μονάδες της αναλογίας μαθητών - διδασκόντων στα δημόσια λύκεια. Αλλαγή παρουσιάζεται κατά την χρονιά 1998/1999 την οποία θα προσπαθήσουμε να ερμηνεύσουμε παρακάτω.

Ι) Έλεγχος τυχαιότητας. Θα ακολουθήσουμε το κριτήριο συσχέτισης κατά τάξεις όπως αυτό περιγράφηκε ανωτέρω.

Μηδενική υπόθεση: H_0 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, είναι τυχαία.

H_1 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, δεν είναι τυχαία.

Επομένως η μηδενική υπόθεση θα απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α αν για

$$\text{την παρατηρούμενη τιμή θα ισχύει } \frac{|T - 0|}{\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}} > z_{1-\frac{\alpha}{2}}, \alpha=0,05.$$

Για την χρονολογική σειρά που μελετάμε σχηματίζουμε τον πίνακα 4α για να μας διευκολύνει στον υπολογισμό της ελεγχουσυνάρτησης.

Υπολογίζουμε τις τιμές των $P = 56$ και $\Pi = 244$ οπότε $\tau = 1 - \frac{4 \cdot 244}{25 \cdot 24} = -0,627$ και

$$\sigma^2 = \frac{2(50 + 5)}{9 \cdot 25 \cdot 24} = 0,02 \text{ και } \sigma = 0,143.$$

Η τυποποιημένη τιμή για $\tau = -0,627$ είναι $\tau' = \frac{|\tau - 0|}{\sigma} = \frac{0,627}{0,143} = 4,38 > 1,96$.

Πίνακας 4α: Έλεγχος τυχαιότητας

Χρονιά	Ιδιωτικά Λύκεια	Τηρήσεις	Παραβάσεις	Χρονιά	Ιδιωτικά Λύκεια	Τηρήσεις	Παραβάσεις
76/77	37,59	0,00	24,00	89/90	17,28	7,00	4,00
77/78	35,39	0,00	23,00	90/91	18,63	5,00	5,00
78/79	29,84	0,00	22,00	91/92	20,72	0,00	9,00
79/80	23,49	1,00	20,00	92/93	19,87	2,00	6,00
80/81	26,29	0,00	20,00	93/94	20,25	1,00	6,00
81/82	22,02	1,00	18,00	94/95	20,42	0,00	6,00
82/83	20,77	1,00	17,00	95/96	19,43	0,00	5,00
83/84	19,13	8,00	9,00	96/97	16,96	1,00	3,00
84/85	22,92	0,00	16,00	97/98	18,60	0,00	3,00
85/86	19,17	6,00	9,00	98/99	12,39	1,00	1,00
86/87	18,20	9,00	5,00	99/00	13,31	0,00	1,00
87/88	18,54	8,00	5,00	00/01	12,09		
88/89	19,41	5,00	7,00				

Επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι η παραπάνω χρονολογική σειρά δεν αποτελεί ακολουθία τυχαίων παρατηρήσεων.

II) Εκτίμηση τάσης.

Για την εκτίμηση της τάσης της χρονολογικής σειράς μελετούμε τον πίνακα 4β και το διάγραμμα Α.4.α. Στον πίνακα 4β παρουσιάζονται οι τιμές στατιστικών κριτηρίων που παίρνουν τέσσερα μοντέλα:

το λογαριθμικό $\hat{y} = 36,3356 - 6,6492 \log t$

το κυβικό $\hat{y} = 42,859 - 5,4044t + 0,3932 t^2 - 0,0091 t^3$

το αντίστροφο (inverse) $\hat{y} = 17,0147 + \frac{25,5092}{t}$

το ελλιπές τεταρτοβάθμιο μοντέλο $\hat{y} = 38,599 - 2,856t + 0,0129t^3 - 0,00041t^4$, όπου $t = 1, 2, \dots, 25$ ο αριθμός των σχολικών ετών, αρχής γενομένης από το 1976/77, όπως

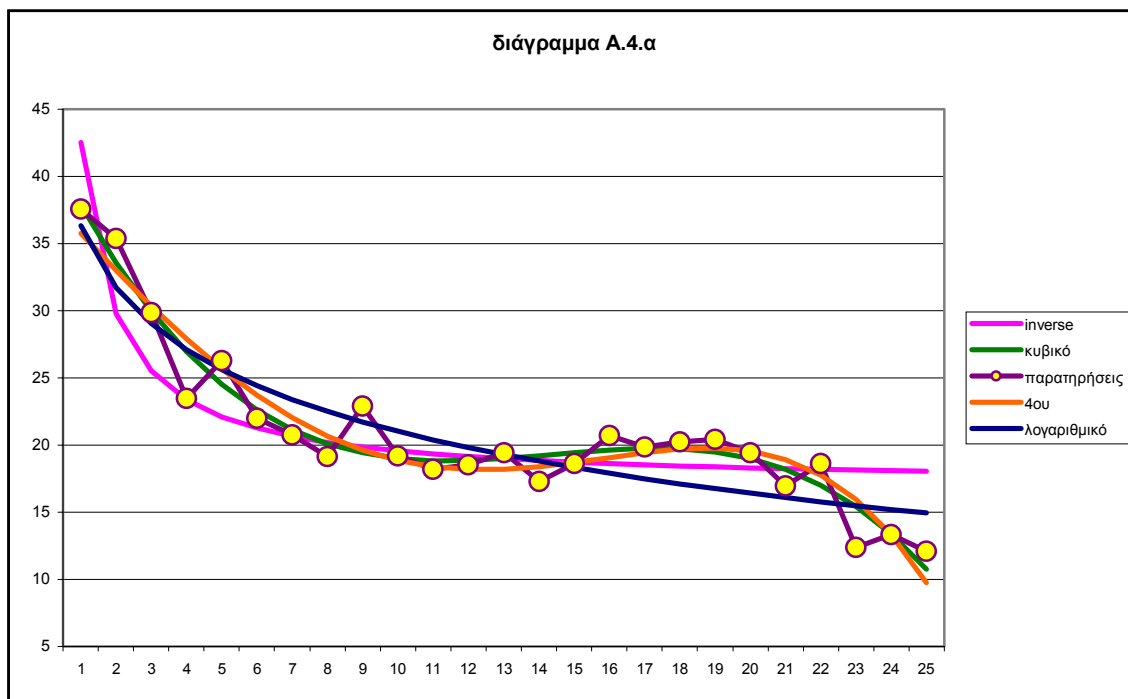
αυτές εκτιμήθηκαν από το στατιστικό πακέτο Eviews 3.1. Παρατηρώντας τις τιμές αυτών των κριτηρίων διαπιστώνουμε ότι το κυβικό μοντέλο προσαρμόζεται καλύτερα από όλα τα άλλα. Στα περισσότερα κριτήρια παρουσιάζει τιμές καλύτερες των άλλων. Το παραπάνω μοντέλο έχει όλους τους συντελεστές του να διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από το μηδέν, «ερμηνεύει» το 92,9% της διασποράς και το μέσο τετραγωνικό λάθος του είναι 2,6. Η τιμή στο κριτήριο Akaike είναι 2,6 πολύ καλύτερη των άλλων, που δηλώνει πολύ καλή προσαρμογή του μοντέλου μας.

Πίνακας 4β: Στατιστικά κριτήρια για την επιλογή μοντέλου τάσης

	λογαριθμικό	inverse	κυβικό	4 ^{ου} βαθμού
R ²	0,838	0,755	0,938	0,913
radj	0,83	0,745	0,929	0,9
F	118,9	71	105	73,8
SigF	0	0	0	0
στατιστικά σημαντικοί συντελεστές	ναι	ναι	ναι	Ναι
MSE	6,2	9,37	2,6	3,63
Akaike	4,74	5,15	3,94	4,27
Durbin-Watson	1,082 θετική αυτοσυσχέτιση	1,177 θετική αυτοσυσχέτιση	2,548 αβεβαιότητα	1,94 καμία αυτοσυσχέτιση

Παρατηρώντας το διάγραμμα A.4.α διαπιστώνουμε την καλή προσαρμογή του κυβικού μαζί με το τεταρτοβάθμιο. Όμως, ο έλεγχος αυτοσυσχέτισης για αυτό το μοντέλο δίνει τιμή 2,548 που βρίσκεται στο διάστημα αβεβαιότητας του ελέγχου (2.34,2.88). Αν μελετήσουμε τα γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων του κυβικού μοντέλου (A.4.γ) θα παρατηρήσει την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης να βρίσκονται εκτός ορίων στην 5^η και 6^η υστέρηση (lag). Για να μειώσουμε^{1.10} αυτό το πρόβλημα θα επιλέξουμε να αναλύσουμε την σειράς μας με το τεταρτοβάθμιο μοντέλο. Οι τιμές του t-statistics κριτηρίου είναι αρκετά μικρότερες στις περισσότερες υστερήσεις. Οι τιμές στα κριτήρια του πίνακα 4β είναι χειρότερες του κυβικού εκτός από το κριτήριο Durbin-Watson, στο οποίο παίρνει τιμή 1,95 που δείχνει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση. Το γεγονός αυτό θα επιβεβαιωθεί και από τα γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων του που θα ακολουθήσουν.

^{1.10} Πιθανή περαιτέρω βελτίωση του προβλήματος μπορούμε να έχουμε, όταν αναλύσουμε την σειρά με στοχαστικά μοντέλα.



Διάγραμμα Α.4.α: διαχρονική εξέλιξη αναλογίας μαθητών – διδασκόντων στα ιδιωτικά λύκεια με εκτιμήσεις τάσεων.

III) Υπολογισμός και έλεγχος καταλοίπων

Στον πίνακα 4γ παρουσιάζονται οι τιμές της σειράς, οι εκτιμώμενες τιμές από το τεταρτοβάθμιο μοντέλο καθώς και τα κατάλοιπα του.

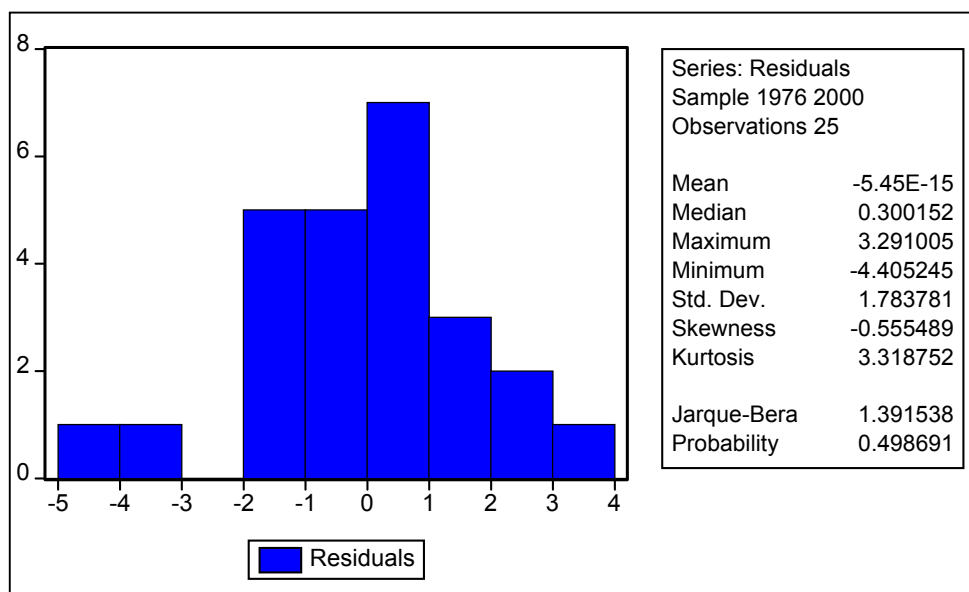
Πίνακας 4γ: Υπολογισμός τυχαίας συνιστώσας

Χρονιά	Y_i	Τάση	I	Χρονιά	Y_i	Τάση	I
76/77	37,59	35,75	1,83	89/90	17,28	18,38	-1,10
77/78	35,39	32,98	2,41	90/91	18,63	18,69	-0,06
78/79	29,84	30,35	-0,51	91/92	20,72	19,07	1,65
79/80	23,49	27,89	-4,41	92/93	19,87	19,43	0,44
80/81	26,29	25,68	0,61	93/94	20,25	19,70	0,55
81/82	22,02	23,72	-1,70	94/95	20,42	19,77	0,65
82/83	20,77	22,05	-1,28	95/96	19,43	19,55	-0,12
83/84	19,13	20,69	-1,56	96/97	16,96	18,93	-1,97
84/85	22,92	19,63	3,29	97/98	18,60	17,77	0,83
85/86	19,17	18,87	0,30	98/99	12,39	15,95	-3,56
86/87	18,20	18,39	-0,19	99/00	13,31	13,32	-0,01
87/88	18,54	18,18	0,36	00/01	12,09	9,74	2,35
88/89	19,41	18,19	1,22				

Έλεγχος κανονικότητας της τυχαίας συνιστώσας (διάγραμμα Α.4.β).

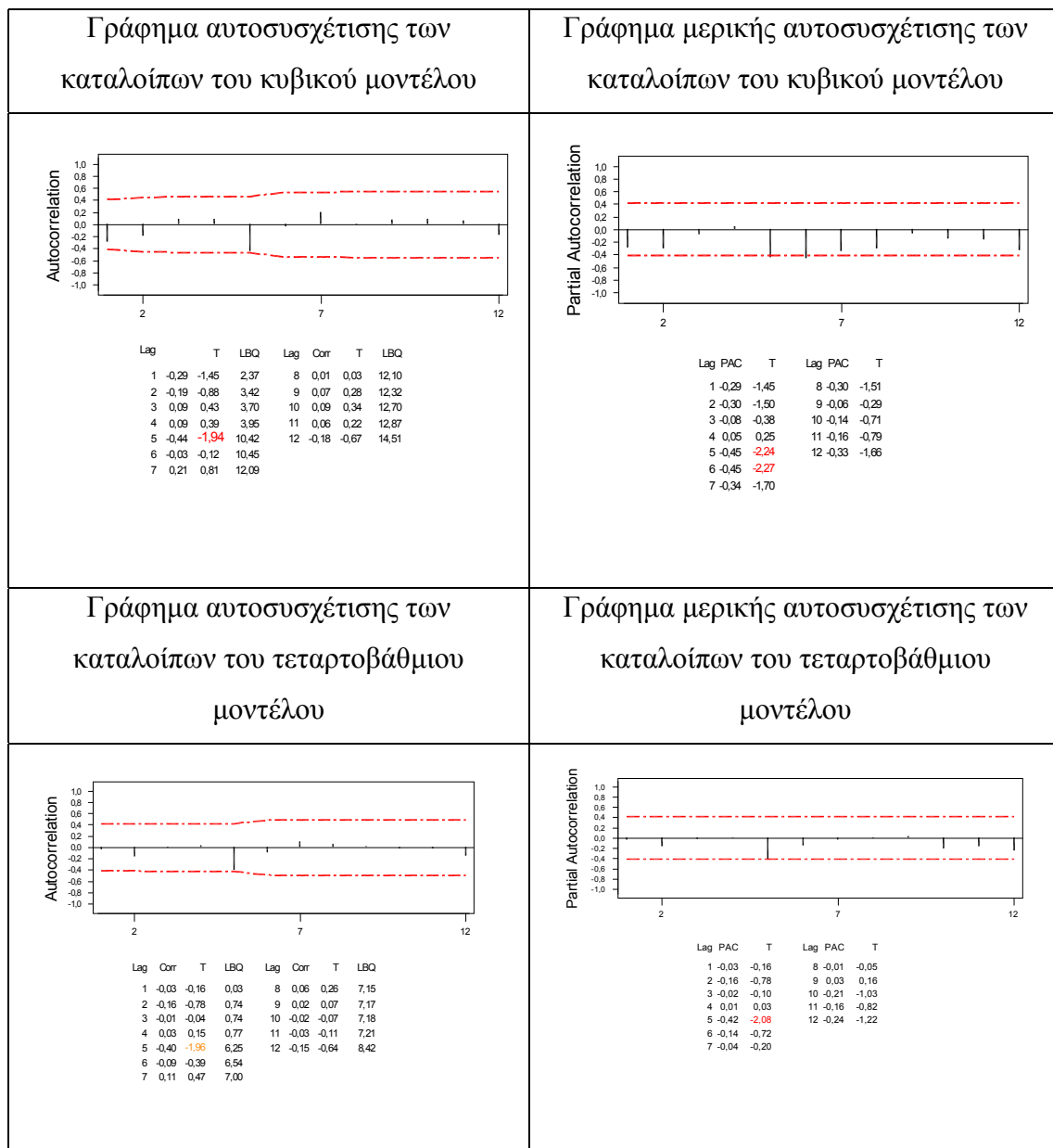
Ο έλεγχος Jarque-Bera εξετάζει αν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων απορρίπτεται σε

ε.σ. μεγαλύτερο του 50% (ακριβής τιμή p-value =0,499) για το τεταρτοβάθμιο μοντέλο. Επομένως δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία από το δείγμα μας ώστε να απορρίψουμε την κανονικότητα της τυχαίας συνιστώσας.



Διάγραμμα 4.β: ιστόγραμμα καταλοίπων με περιγραφικά μέτρα

Στα γραφήματα αυτοσυσχέτισης (Α.4.γ) διακρίνουμε μία πολύ μικρή απόκλιση της εκτιμώμενης συνάρτησης μερικής αυτοσυσχέτισης από τα όρια (στην 5^η υστέρηση η τιμή του κριτηρίου t-statistics είναι 2,08 με επιτρεπόμενο μέγιστο το 2). Επίσης στο ανώτατο όριο φτάνει και η τιμή της 5^{ης} υστέρησης στο γράφημα της αυτοσυσχέτισης (1,96 με ανώτατο όριο το 2). Επειδή όμως αυτή η παρέκκλιση είναι πολύ μικρή και παρουσιάζει καλή τιμή στον έλεγχο Durbin-Watson μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η άρρυθμη συνιστώσα είναι τυχαία σειρά. Επίσης σε αυτά τα διαγράμματα μπορούμε να διακρίνουμε την εμφανή μείωση των τιμών των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης από το κυβικό στο τεταρτοβάθμιο μοντέλο. Επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων, όπως και προβλήματα με τον έλεγχο Durbin-Watson λύνονται με την βοήθεια στοχαστικών μεθόδων.



Διάγραμμα Α.4.γ: γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης της άρρυθμης συνιστώσας

Έλεγχος Ljung-Box Q-statistics

Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 4δ αναφέρονται οι τιμές της ελεγχουσυνάρτησης και οι αντίστοιχες κρίσιμες τιμές τους (p-values). Οι τιμές του ελέγχου για την τυχαία συνιστώσα είναι ενισχυτικές της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα και αυτά είναι μια τυχαία σειρά. Επομένως το μοντέλο που εκτιμήσαμε είναι κατάλληλο για την υπό μελέτη χρονολογική σειρά.

Πίνακας 4δ: Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (AC), μερικής αυτοσυσχέτισης (PAC)

Υστερήσεις (lag)	AC	PAC	Q-Stat	P-value
1	-0,032	-0,032	0,028	0,866
2	-0,156	-0,157	0,740	0,691
3	-0,008	-0,019	0,742	0,863
4	0,031	0,006	0,774	0,942
5	-0,403	-0,416	6,246	0,283
6	-0,090	-0,144	6,537	0,366
7	0,111	-0,041	7,000	0,429
8	0,062	-0,011	7,155	0,520
9	0,017	0,031	7,167	0,620
10	-0,016	-0,207	7,179	0,708
11	-0,027	-0,165	7,213	0,782
12	-0,152	-0,244	8,415	0,752

IV) Προβλέψεις

Έλεγχος προβλέψεων με το κριτήριο του Theil

Η τιμή του κριτηρίου αυτού είναι 0,04 που βρίσκεται πολύ κοντά στο επιθυμητό μηδέν. Άρα η τεχνική πρόβλεψης είναι καλή.

Έλεγχος προβλέψεων με τα κριτήρια των αναλογιών μεροληψίας και διασποράς.

Οι τιμές των αναλογιών στη σειρά μας είναι 0 και 0,022 που σημαίνει ότι έχουμε άριστες προβλέψεις. Για την χρονιά 2001/02 το μοντέλο προβλέπει 5 μαθητές ανά διδάσκοντα, για την χρονιά 2002/03 αναλογία -1 μαθητών – διδασκόντων. Η τιμή αυτή είναι αδύνατη. Η αξιολόγηση όμως των προβλέψεων είναι αδύνατη γιατί δεν έχουμε παρατηρηθείσες τιμές της χρονολογικής σειράς μετά το έτος 2000. Για αυτόν τον λόγο θα ήταν καλύτερα να χρησιμοποιήσουμε αυτό το μοντέλο για να αναλύσουμε την σειρά μας από το 1976 έως το 2000. Ενδιαφέρον θα έχει να μελετηθούν και να συγκριθούν οι αντίστοιχες προβλέψεις στοχαστικών μοντέλων.

• Στατιστική Ανάλυση στα Πολυκλαδικά

Εδώ έχουμε σαφώς καλύτερη αναλογία από τα άλλα λύκεια, γεγονός που ίσως οφείλεται στην κατανομή των μαθητών σε κλάδους. Εκτός αυτού και ο μεγαλύτερος αριθμός προσφερομένων μαθημάτων σε σχέση με τα γενικά λύκεια που απαιτεί μεγαλύτερο αριθμό διδασκόντων και δημιουργεί τάξεις με μικρότερο αριθμό μαθητών είναι ένας επιπλέον παράγοντας που αιτιολογεί την αναλογία μαθ/διδ που παρατηρείται. Την πρώτη χρονιά λειτουργίας τους παρουσίασαν 11,7 μαθ/διδ και την

τελευταία 1997/1998 πριν την μετατροπή τους σε ενιαία λύκεια 10,1μαθ/διδ, μία μείωση της τάξης του 13,7%.

Ι) Έλεγχος τυχαιότητας. Θα ακολουθήσουμε το κριτήριο συσχέτισης κατά τάξεις όπως αυτό περιγράφηκε ανωτέρω.

Μηδενική υπόθεση: H_0 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, είναι τυχαία.

Εναλλακτική υπόθεση H_1 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, δεν είναι τυχαία.

Επομένως η μηδενική υπόθεση θα απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α αν για

$$\text{την παρατηρούμενη τιμή θα ισχύει } \frac{|\tau - 0|}{\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}} > z_{1-\frac{\alpha}{2}}, \alpha = 0,05.$$

Για την χρονολογική σειρά που μελετάμε σχηματίζουμε τον πίνακα 4ε για να μας διευκολύνει στον υπολογισμό της ελεγχοσυνάρτησης.

Πίνακας 4ε: Έλεγχος τυχαιότητας

Σχ. χρονιά	Πολυκλαδικά	Τηρήσεις	Παραβάσεις
84/85	11,71	3	10
85/86	12,73	0	12
86/87	12,56	0	11
87/88	11,92	0	10
88/89	11,58	1	8
89/90	10,88	2	6
90/91	10,63	2	5
91/92	11,67	0	6
92/93	10,58	2	3
93/94	10,39	3	1
94/95	10,47	2	1
95/96	11,08	0	2
96/97	10,59	0	1
97/98	10,10		

Υπολογίζουμε τις τιμές των $P = 15$ και $\Pi = 76$ οπότε $\tau = 1 - \frac{4 \cdot 76}{14 \cdot 13} = -0,67$ και

$$\sigma^2 = \frac{2(28+5)}{9 \cdot 14 \cdot 13} = 0,04 \text{ και } \sigma = 0,2.$$

$$\text{Η τυποποιημένη τιμή για } \tau = -0,67 \text{ είναι } \tau' = \frac{|\tau - 0|}{\sigma} = \frac{0,67}{0,2} = 3,35 > 1,96.$$

Επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι η παραπάνω χρονολογική σειρά δεν αποτελεί ακολουθία τυχαίων παρατηρήσεων.

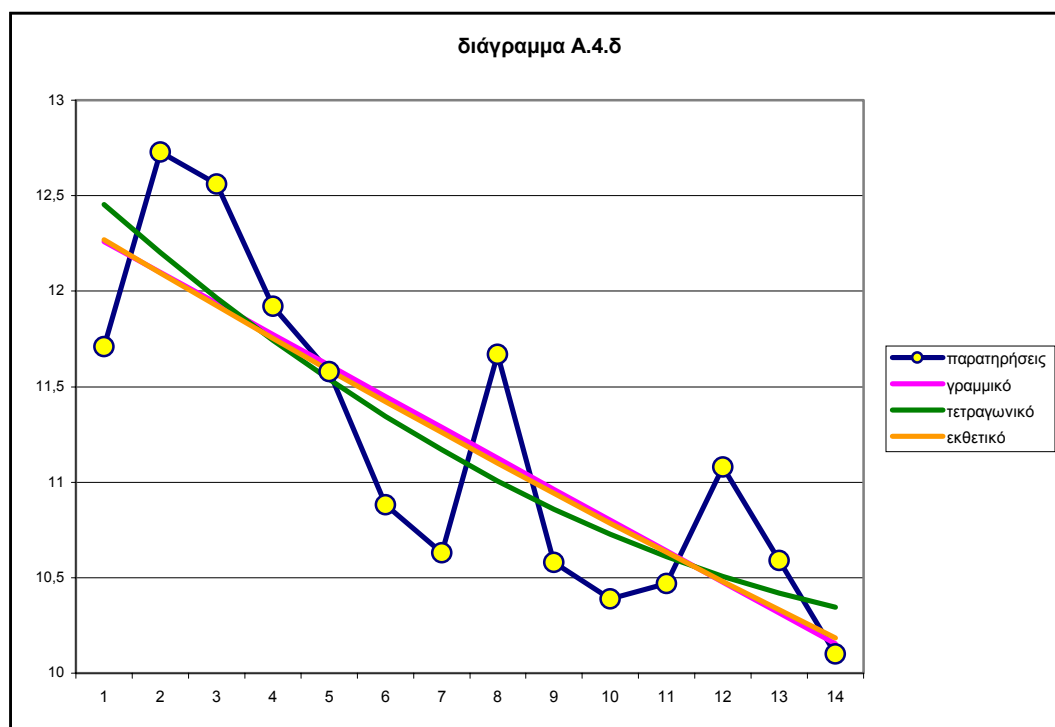
II) Εκτίμηση τάσης.

Για την εκτίμηση της τάσης της χρονολογικής σειράς μελετούμε τον πίνακα 4στ και το διάγραμμα Α.4.δ. Εκεί παρουσιάζονται οι τιμές στατιστικών κριτηρίων που παίρνουν τρία μοντέλα:

το γραμμικό $\hat{y} = 12,422 - 0,1621 t$

το τετραγωνικό $\hat{y} = 12,7188 - 0,2734t + 0,0074 t^2$

το εκθετικό $\log \hat{y} = 2,5214 - 0,01432t$, όπου $t = 1, 2, \dots, 14$ ο αριθμός των σχολικών ετών αρχής γενομένης από το 1984, όπως αυτές εκτιμήθηκαν από το στατιστικό πακέτο Eviews 3.1. Όπως διαπιστώνουμε και στο διάγραμμα Α.4.δ το εκθετικό και το γραμμικό «σχεδόν» ταυτίζονται. Το τετραγωνικό μοντέλο έχει πρόβλημα με την στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών του.



Διάγραμμα Α.4.δ: διαχρονική εξέλιξη αναλογίας μαθητών – διδασκόντων στα πολυκλαδικά λύκεια με εκτιμήσεις τάσεων.

Εκτιμώντας το ότι ο εκθετικό «ερμηνεύει» περισσότερο ποσοστό διακύμανσης από τα άλλα και το ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα (η τιμή του ελέγχου στο μοντέλο αυτό είναι 1,77) προχωράμε στην ανάλυση με αυτό. Το εκθετικό μοντέλο «ερμηνεύει» το 64,8% της διασποράς, το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του είναι 0,242

και παρουσιάζει όλους τους συντελεστές του να διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από το μηδέν. Ο συντελεστής Akaike είναι 1,41.

Πίνακας 4στ: Κριτήρια για την επιλογή μοντέλου τάσης

	γραμμικό	τετραγωνικό	εκθετικό
R^2	0,669	0,687	0,675
radj	0,642	0,63	0,648
F	24,28	12	25
sigF	0,0003	0,0017	0,0003
στατιστικά σημαντικοί συντελεστές	ναι	Όχι (2 συντελεστές μη σημαντικοί)	ναι
MSE	0,246	0,254	0,242
Akaike	1,567	1,654	1,41
Durbin- Watson	1,737 δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση		1,77 δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση

III) Υπολογισμός και έλεγχοι της τυχαίας συνιστώσας.

Στον πίνακα 4ζ παρουσιάζονται οι τιμές της σειράς, οι εκτιμώμενες τιμές του μοντέλου και τα κατάλοιπα.

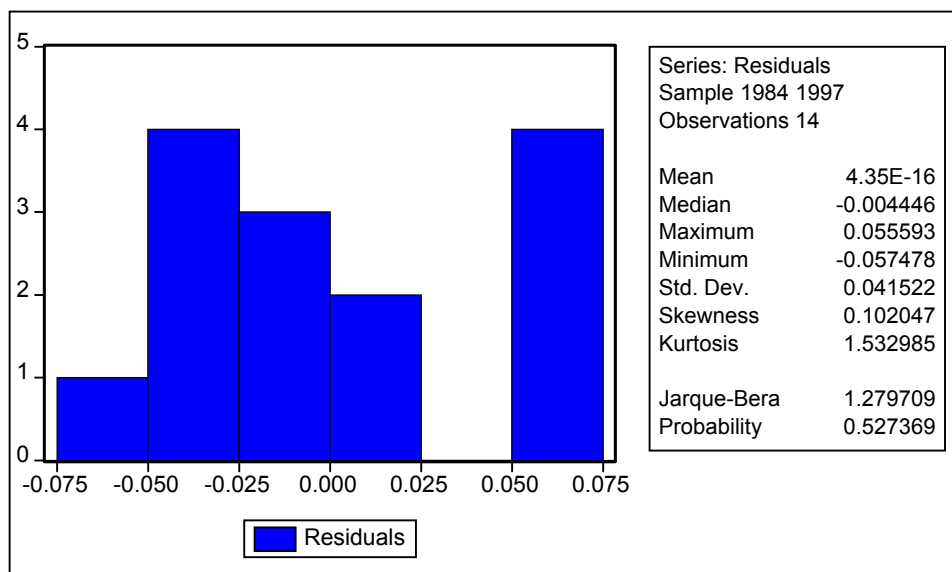
Πίνακας 4ζ: Υπολογισμός τυχαίας συνιστώσας

Σχ. χρονιά	Y_i	T_i	I_i
84/85	11,71	12,27	-0,56
85/86	12,73	12,09	0,64
86/87	12,56	11,92	0,64
87/88	11,92	11,75	0,17
88/89	11,58	11,59	-0,01
89/90	10,88	11,42	-0,54
90/91	10,63	11,26	-0,63
91/92	11,67	11,10	0,57
92/93	10,58	10,94	-0,36
93/94	10,39	10,78	-0,39
94/95	10,47	10,63	-0,16
95/96	11,08	10,48	0,60
96/97	10,59	10,33	0,26
97/98	10,10	10,18	-0,08

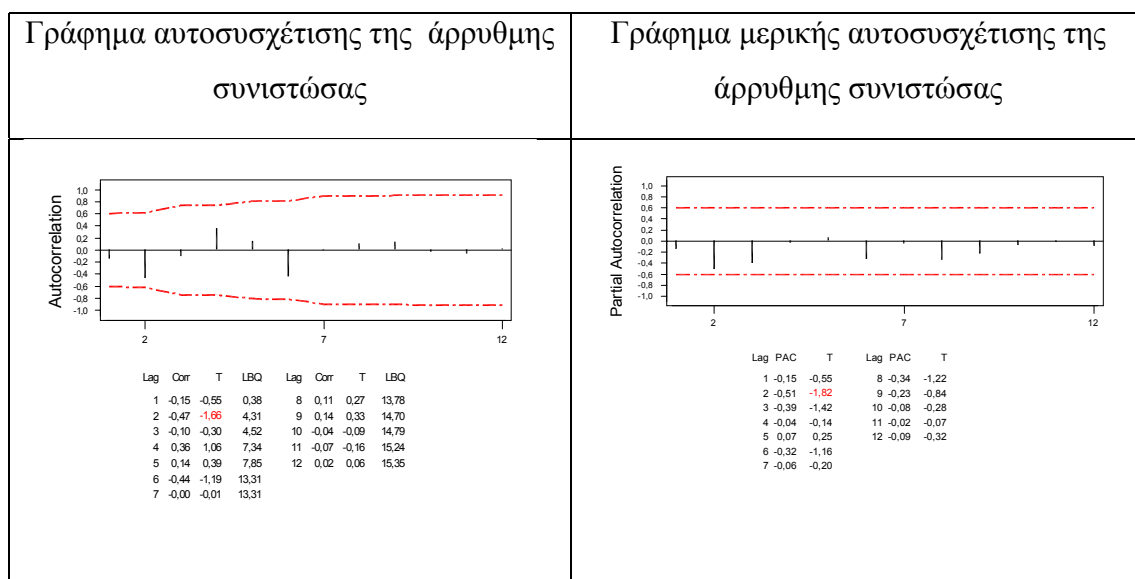
Έλεγχος κανονικότητας της τυχαίας συνιστώσας (διάγραμμα Α.4.ε).

Ο έλεγχος Jarque-Bera εξετάζει αν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων απορρίπτεται σε ε.σ. μεγαλύτερο του 53% (ακριβής τιμή p-value =0,527) για το εκθετικό μοντέλο.

Επομένως δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία από το δείγμα μας ώστε να απορρίψουμε την κανονικότητα της τυχαίας συνιστώσας.



Διάγραμμα 4.ε: ιστόγραμμα καταλοίπων με περιγραφικά μέτρα



Διάγραμμα Α.4.στ: Γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης της άρρυθμης συνιστώσας.

Στα γραφήματα αυτοσυσχέτισης (Α.4.στ) δεν διακρίνουμε απόκλιση της εκτιμώμενης συνάρτησης αυτοσυσχέτισης έξω από το διάστημα εμπιστοσύνης. Στην υστέρηση (lag) 2 η τιμή του κριτηρίου t-statistics είναι $-1,88$ και $-1,66$ αντίστοιχα. Αυτές οι τιμές είναι στατιστικά σημαντικές διαφορές από το μηδέν (επιτρεπόμενο όριο το $-1,25$). Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η άρρυθμη συνιστώσα είναι τυχαία σειρά.

Έλεγχος Ljung-Box Q-statistics

Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 4η αναφέρονται οι τιμές της ελεγχουσυνάρτησης και οι αντίστοιχες κρίσιμες τιμές τους (p-values).

Πίνακας 4η: Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (AC), μερικής αυτοσυσχέτισης (PAC)

Υστερήσεις (lag)	AC	PAC	Q-Stat	P-value
1	0,062	0,062	0,066	0,797
2	-0,320	-0,325	1,980	0,371
3	-0,165	-0,133	2,536	0,469
4	0,011	-0,086	2,538	0,638
5	0,025	-0,079	2,554	0,768
6	-0,069	-0,132	2,688	0,847
7	-0,311	-0,397	5,779	0,566
8	0,001	-0,117	5,779	0,672
9	0,188	-0,140	7,355	0,600
10	0,211	0,039	9,849	0,454
11	-0,079	-0,178	10,31	0,503
12	-0,070	-0,057	10,87	0,540

Οι τιμές του ελέγχου για την τυχαία συνιστώσα είναι ενισχυτικές της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα και αυτά είναι μια τυχαία σειρά. Επομένως το μοντέλο που εκτιμήσαμε είναι κατάλληλο για την υπό μελέτη χρονολογική σειρά.

IV) Προβλέψεις

Έλεγχος προβλέψεων με το κριτήριο του Theil

Η τιμή του κριτηρίου αυτού είναι 0,008 που βρίσκεται πολύ κοντά στο επιθυμητό μηδέν. Άρα η τεχνική πρόβλεψης είναι καλή.

Έλεγχος προβλέψεων με τα κριτήρια των αναλογιών μεροληψίας και διασποράς.

Οι τιμές των αναλογιών στη σειρά μας είναι 0 και 0,098 που σημαίνει ότι έχουμε άριστες προβλέψεις. Προβλέψεις για χρονιές μετά το 1997 δεν μας ενδιαφέρουν λόγω της κατάργησης των πολυκλαδικών λυκείων.

- Η αναλογία μαθητών – διδασκόντων στο σύνολο των δημοσίων λυκείων (περιλαμβανομένων και των πολυκλαδικών) και στο σύνολο όλων των λυκείων σχεδόν ταυτίζονται. Ξεκινά την χρονιά 1975/1976 με 22,3 και 24,5 μαθ/διδ

αντίστοιχα και καταλήγει το 2000/2001 σε 11,5 και 11,6 μαθ/διδ δηλ. μείωση της τάξης του 48% και 52,7%. Άξιον διερεύνησης είναι το μικρό άλμα που κάνει ο δείκτης μας την χρονιά 1998/1999 – από 12,6 σε 14 μαθ/διδ -. Πιθανές αιτίες για αυτό μπορεί να είναι :

ι) η καθυστερημένη πρόσληψη των καθηγητών από τον διαγωνισμό του ΑΣΕΠ- έγιναν περίπου Νοέμβριο– και τα στοιχεία μας αφορούν τον Σεπτέμβριο. Επομένως ο αριθμός αυτών των καθηγητών δεν φαίνεται.

ιι) Με την συγχώνευση γενικών και πολυκλαδικών σε ενιαία λύκεια κάποιες ειδικότητες καθηγητών (ειδικότερα τεχνικές που υπήρχαν σε μεγαλύτερο βαθμό στα πολυκλαδικά) μετακινήθηκαν στα τεχνικά λύκεια τα οποία δεν μελετάμε σε αυτήν την έρευνα και έτσι φαίνεται ότι ελαττώνεται ο αριθμός των καθηγητών.

• Στατιστική Ανάλυση στα Δημόσια Λύκεια

Ι) Έλεγχος τυχειότητας. Θα ακολουθήσουμε το κριτήριο συσχέτισης κατά τάξεις όπως αυτό περιγράφηκε ανωτέρω.

Μηδενική υπόθεση: H_0 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, είναι τυχαία.

Εναλλακτική υπόθεση H_1 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, δεν είναι τυχαία.

Επομένως η μηδενική υπόθεση θα απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α αν για

την παρατηρούμενη τιμή θα ισχύει $\frac{|T - 0|}{\sqrt{\frac{2(2n + 5)}{9n(n - 1)}}} > z_{1 - \frac{\alpha}{2}}$, $\alpha = 0,05$.

Για την χρονολογική σειρά που μελετάμε σχηματίζουμε τον πίνακα 4θ για να μας διευκολύνει στον υπολογισμό της ελεγχουσυνάρτησης. Υπολογίζουμε τις τιμές των

$$P = 17 \text{ και } \Pi = 283 \text{ οπότε } \tau = 1 - \frac{4 \cdot 283}{25 \cdot 24} = -0,886 \text{ και}$$

$$\sigma^2 = \frac{2(50 + 5)}{9 \cdot 25 \cdot 24} = 0,02 \text{ και } \sigma = 0,143.$$

$$\text{Η τυποποιημένη τιμή για } \tau = -0,886 \text{ είναι } \tau' = \frac{|\tau - 0|}{\sigma} = \frac{0,886}{0,143} = 6,2 > 1,96.$$

Επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι η παραπάνω χρονολογική σειρά δεν αποτελεί ακολουθία τυχαίων παρατηρήσεων.

Πίνακας 40: Έλεγχος τυχαιότητας

Χρονιά	Σύνολο Δημόσια	Τηρήσεις	Παραβάσεις	Χρονιά	Σύνολο Δημόσια	Τηρήσεις	Παραβάσεις
76/77	22,28	0	24	89/90	13,56	1	10
77/78	20,78	0	23	90/91	13,34	2	8
78/79	18,41	0	22	91/92	13,31	2	7
79/80	17,58	0	21	92/93	13,01	2	6
80/81	17,09	1	19	93/94	12,85	2	5
81/82	17,38	0	19	94/95	12,71	2	4
82/83	16,75	0	18	95/96	13,42	1	4
83/84	16,64	0	17	96/97	12,64	1	3
84/85	15,96	0	16	97/98	12,36	1	2
85/86	15,17	0	15	98/99	14,14	0	2
86/87	14,75	0	14	99/00	12,26	0	1
87/88	14,12	1	12	00/01	11,55		
88/89	13,86	1	11				

II) Εκτίμηση τάσης.

Για την εκτίμηση της τάσης της χρονολογικής σειράς μελετούμε τον πίνακα 4i και το διάγραμμα Α.4.ζ. Εκεί παρουσιάζονται οι τιμές στατιστικών κριτηρίων που παίρνουν τρία μοντέλα:

το λογαριθμικό $\hat{y} = 22,5 - 3,21689 \ln t$,

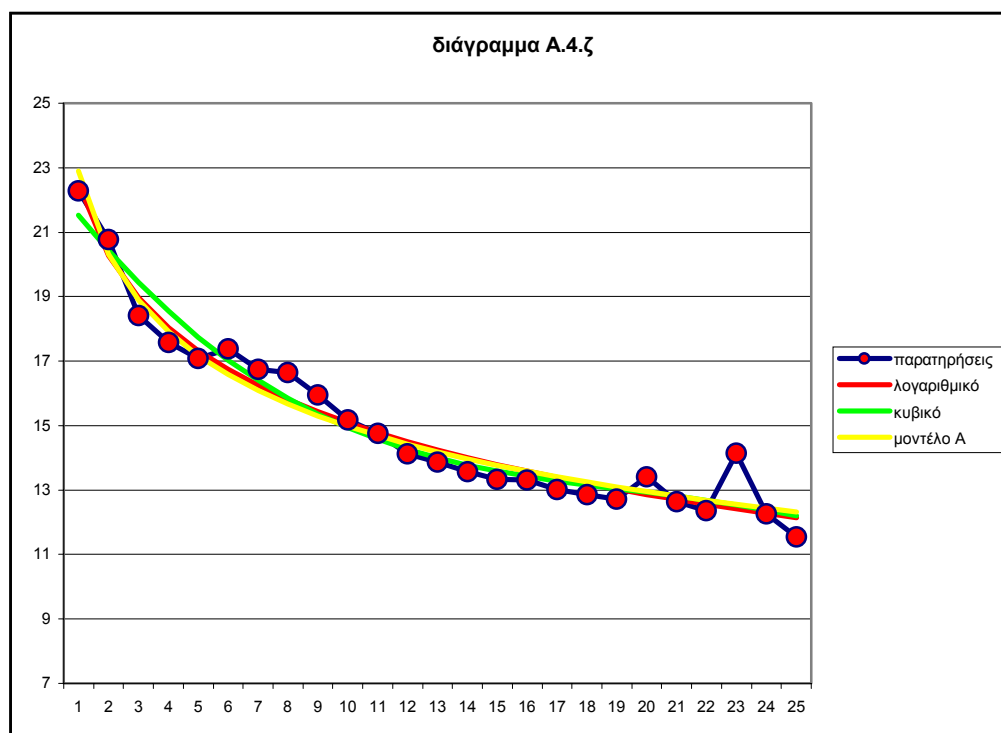
το μοντέλο A $\hat{y} = 14 + \frac{36,9}{200\sqrt{t^{21}}}$

το κυβικό $\hat{y} = 22,75 - 1,2724t + 0,0592t^2 - 0,001t^3$, όπου $t = 1, 2, \dots, 25$ οι σχολικές χρονιές αρχής γενομένης από το 1976, όπως αυτές εκτιμήθηκαν από το στατιστικό πακέτο Eviews 3.1.

Πίνακας 4i: Κριτήρια επιλογής μοντέλου τάσης

	λογαριθμικό	A	κυβικό
R ²	0,96	0,955	0,954
radj	0,957	0,953	0,948
F	540	491	147
sigF	0	0	0
στατιστικά σημαντικοί συντελεστές	Ναι	Ναι	Ναι
MSE	0,32	0,35	0,39
Akaike	1,78	1,86	2,04
Durbin-Watson	1,54 δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση	1,47 δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση	1,43 αβεβαιότητα

Μελετώντας το διάγραμμα Α.4.ζ διαπιστώνουμε ότι τα μοντέλα προσαρμόζονται στις τιμές της σειράς εξίσου καλά. Παρατηρώντας τις τιμές των κριτηρίων διαπιστώνουμε ότι τα μοντέλα δεν έχουν πολύ μεγάλες διαφορές. Το λογαριθμικό είναι λίγο καλύτερο από τα άλλα. Όμως ο έλεγχος κανονικότητας των καταλοίπων μας δίνει μη κανονικά κατάλοιπα. Το κυβικό μοντέλο πιθανόν να παρουσιάζει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης καταλοίπων (ο έλεγχος Durbin-Watson δίνει τιμή που βρίσκεται στην περιοχή αβεβαιότητας του ελέγχου). Λαμβάνοντας υπόψη τα ανωτέρω, θα προχωρήσουμε στην ανάλυση με το μοντέλο Α.



Διάγραμμα Α.4.ζ: διαχρονική εξέλιξη αναλογίας μαθητών – διδασκόντων στα δημόσια λύκεια και εκτιμήσεις τάσης

III) Υπολογισμός και έλεγχοι τυχαίας συνιστώσας (καταλοίπων)

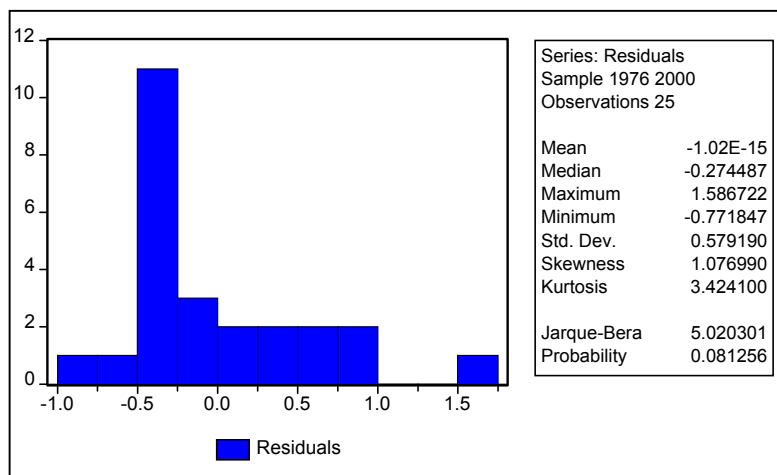
Στον πίνακα 4ια παρουσιάζονται οι τιμές της σειράς, οι εκτιμώμενες τιμές από το μοντέλο και οι τιμές των καταλοίπων του.

Πίνακας 4ια- Υπολογισμός τυχαίας συνιστώσας

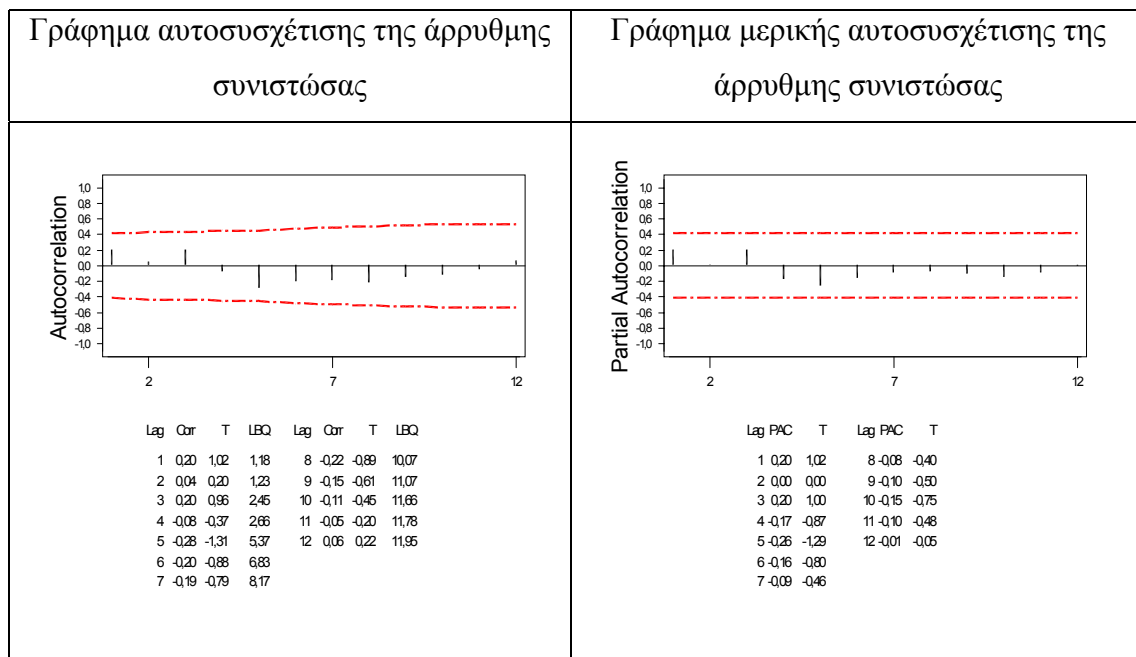
Σχ. χρονιά	Y _i	T	I	Σχ. χρονιά	Y _i	T	I
76/77	22,28	22,90	-0,63	89/90	13,56	13,98	-0,41
77/78	20,78	20,31	0,46	90/91	13,34	13,77	-0,43
78/79	18,41	18,88	-0,47	91/92	13,31	13,58	-0,27
79/80	17,58	17,90	-0,33	92/93	13,01	13,41	-0,40
80/81	17,09	17,17	-0,08	93/94	12,85	13,25	-0,39
81/82	17,38	16,58	0,80	94/95	12,71	13,09	-0,38
82/83	16,75	16,08	0,66	95/96	13,42	12,95	0,47
83/84	16,64	15,67	0,97	96/97	12,64	12,81	-0,19
84/85	15,96	15,30	0,66	97/98	12,36	12,68	-0,32
85/86	15,17	14,98	0,19	98/99	14,14	12,55	1,59
86/87	14,75	14,69	0,06	99/00	12,26	12,43	-0,17
87/88	14,12	14,43	-0,31	00/01	11,55	12,32	-0,77
88/89	13,86	14,19	-0,33				

Έλεγχος κανονικότητας της τυχαίας συνιστώσας (διάγραμμα Α.4.η).

Ο έλεγχος Jarque-Bera εξετάζει αν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων απορρίπτεται σε ε.σ. μεγαλύτερο του 8% (ακριβής τιμή p-value =0,812) για το μοντέλο μας. Επομένως δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία από το δείγμα μας ώστε να απορρίψουμε την κανονικότητα της τυχαίας συνιστώσας.



Διάγραμμα Α.4.η: ιστόγραμμα καταλοίπων με περιγραφικά μέτρα



Διάγραμμα Α.4.θ: γραφήματα αυτοσυσχέτισης

Στα γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης (Α.4.θ) δεν υπάρχει τιμή των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης που να βρίσκεται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης. Επίσης όλες οι τιμές του κριτηρίου t-statistics δείχνουν τιμές μη στατιστικά σημαντικά διάφορες από το μηδέν. Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η σειρά μας δεν έχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης και είναι μία τυχαία σειρά.

Έλεγχος Ljung-Box Q-statistics

Πίνακας 4ιβ: Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (AC), μερικής αυτοσυσχέτισης (PAC)

Υστερήσεις (lag)	AC	PAC	Q-Stat	P-value
1	0,205	0,205	1,1790	0,278
2	0,042	0,001	1,2318	0,540
3	0,200	0,199	2,4531	0,484
4	-0,080	-0,174	2,6584	0,617
5	-0,284	-0,257	5,3715	0,372
6	-0,203	-0,160	6,8304	0,337
7	-0,189	-0,092	8,1721	0,318
8	-0,219	-0,079	10,069	0,260
9	-0,154	-0,099	11,068	0,271
10	-0,114	-0,150	11,655	0,309
11	-0,051	-0,096	11,780	0,380
12	0,058	-0,010	11,953	0,449

Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 4ιβ αναφέρονται οι τιμές της ελεγχουσυνάρτησης και οι αντίστοιχες κρίσιμες τιμές τους (p-values). Οι τιμές του ελέγχου για την τυχαία συνιστώσα είναι ενισχυτικές της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα και αυτά είναι μια τυχαία σειρά. Επομένως το μοντέλο που εκτιμήσαμε είναι κατάλληλο για την υπό μελέτη χρονολογική σειρά.

IV) Προβλέψεις

Έλεγχος προβλέψεων με το κριτήριο του Theil

Η τιμή του κριτηρίου αυτού είναι 0,018 που βρίσκεται πολύ κοντά στο επιθυμητό μηδέν. Άρα η τεχνική πρόβλεψης είναι καλή.

Έλεγχος προβλέψεων με τα κριτήρια των αναλογιών μεροληψίας και διασποράς.

Οι τιμές των αναλογιών στη σειρά μας είναι 0 και 0,011 που σημαίνει ότι έχουμε άριστες προβλέψεις. Η πρόβλεψη για την χρονιά 2001/02 είναι 12,2 μαθητές ανά καθηγητή, για την χρονιά 2002/03 είναι 12,1 μαθητές ανά καθηγητή και για την χρονιά 2003/04 είναι 12 μαθητές ανά καθηγητή.

• Στατιστική Ανάλυση στο Σύνολο των Λυκείων

I) Έλεγχος τυχειότητας. Θα ακολουθήσουμε το κριτήριο συσχέτισης κατά τάξεις όπως αυτό περιγράφηκε ανωτέρω.

Μηδενική υπόθεση: H_0 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, είναι τυχαία.

Εναλλακτική υπόθεση H_1 : η ακολουθία τιμών της χρονοσειράς, με την χρονική σειρά εμφάνισής τους, δεν είναι τυχαία.

Επομένως η μηδενική υπόθεση θα απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α αν για

την παρατηρούμενη τιμή θα ισχύει
$$\frac{|T - 0|}{\sqrt{\frac{2(2n + 5)}{9n(n - 1)}}} > z_{1 - \frac{\alpha}{2}}, \alpha = 0,05.$$

Για την χρονολογική σειρά που μελετάμε σχηματίζουμε τον πίνακα 4ιγ για να μας διευκολύνει στον υπολογισμό της ελεγχουσυνάρτησης.

Υπολογίζουμε τις τιμές των $P = 17$ και $\Pi = 283$ οπότε $\tau = 1 - \frac{4 \cdot 283}{25 \cdot 24} = -0,886$ και

$\sigma^2 = \frac{2(50 + 5)}{9 \cdot 25 \cdot 24} = 0,02$ και $\sigma = 0,143$.

Η τυποποιημένη τιμή για $\tau = -0,886$ είναι $\tau' = \frac{|\tau - 0|}{\sigma} = \frac{0,886}{0,143} = 6,2 > 1,96$.

Επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι η παραπάνω χρονολογική σειρά δεν αποτελεί ακολουθία τυχαίων παρατηρήσεων.

Πίνακας 4ιγ: Έλεγχος τυχειότητας

Σχ. χρονιά	Σύνολο	Τηρήσεις	Παραβάσεις	Σχ. χρονιά	Σύνολο	Τηρήσεις	Παραβάσεις
76/77	23,45	0	24	89/90	13,69	1	10
77/78	21,70	0	23	90/91	13,52	3	7
78/79	19,03	0	22	91/92	13,55	2	7
79/80	17,86	0	21	92/93	13,24	2	6
80/81	17,41	1	19	93/94	13,10	2	5
81/82	17,57	0	19	94/95	12,98	2	4
82/83	16,91	0	18	95/96	13,64	1	4
83/84	16,72	0	17	96/97	12,81	1	3
84/85	16,15	0	16	97/98	12,60	1	2
85/86	15,29	0	15	98/99	14,03	0	2
86/87	14,86	0	14	99/00	12,32	0	1
87/88	14,26	0	13	00/01	11,58		
88/89	14,02	1	11				

II) Εκτίμηση τάσης.

Για την εκτίμηση της τάσης της χρονολογικής σειράς μελετούμε τον πίνακα 4ιδ και το διάγραμμα Α.4.ι. Εκεί παρουσιάζονται οι τιμές στατιστικών κριτηρίων που παίρνουν τέσσερα μοντέλα:

το λογαριθμικό $\hat{y} = 23,3 - 3,4861 \ln t$,

το τεταρτοβάθμιο $\hat{y} = 23,838 - 1,40654t + 0,055 t^2 + 0,0000285t^4$

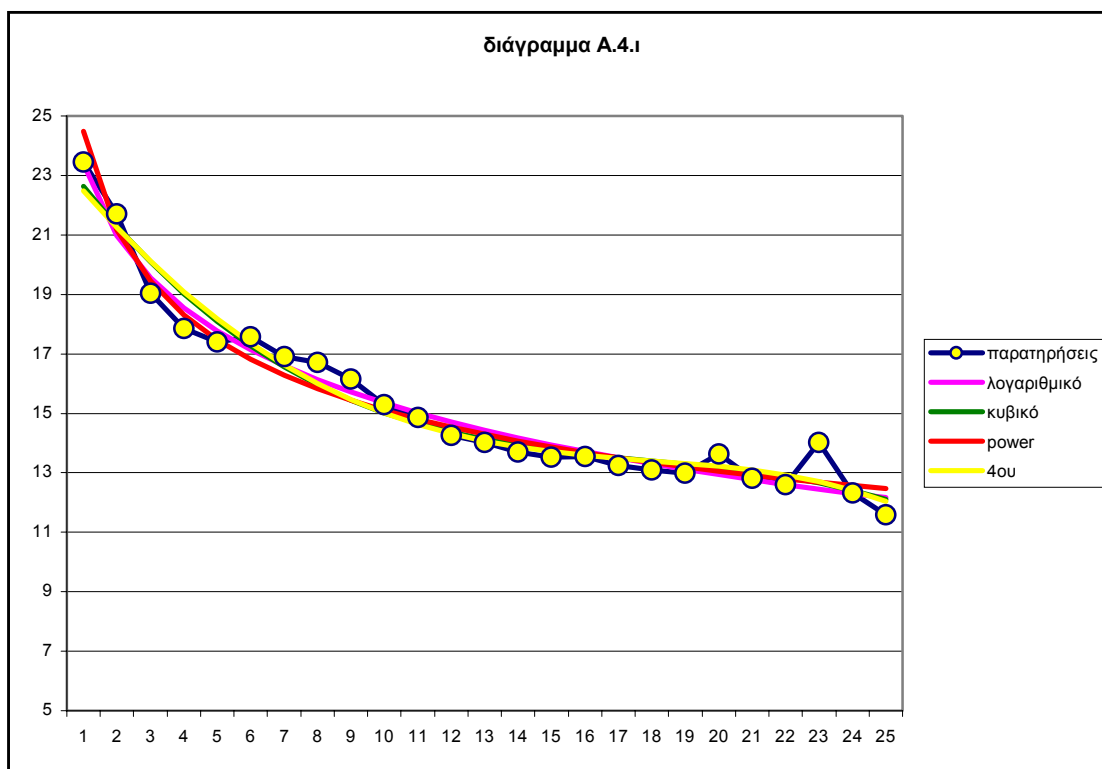
το κυβικό $\hat{y} = 24,1227 - 1,58t + 0,0823t^2 - 0,0015t^3$

το μοντέλο δύναμης (power) $\hat{y} = 24,475 t^{-0,2097}$, όπου $t = 1, 2, \dots, 25$ ο αριθμός των σχολικών ετών αρχής γενομένης από το 1976, όπως αυτές εκτιμήθηκαν από το στατιστικό πακέτο SPSS.10.0. Μελετώντας το διάγραμμα Α.4.ι διαπιστώνουμε την καλή προσαρμογή των μοντέλων στα δεδομένα μας. Παρατηρώντας τις τιμές των κριτηρίων διαπιστώνουμε ότι τα μοντέλα δεν έχουν πολύ μεγάλες διαφορές. Το λογαριθμικό είναι λίγο καλύτερο από τα άλλα. Όμως ο έλεγχος κανονικότητας καταλοίπων (διάγραμμα Α.4.ια) μας δείχνει ότι τα κατάλοιπα του δεν είναι κανονικά. Συνεκτιμώντας όλα αυτά τα κριτήρια και τον έλεγχο αυτοσυσχέτισης (Durbin - Watson) επιλέγουμε το αμέσως επόμενο σε επιδόσεις μοντέλο της δύναμης.

«Ερμηνεύει» το 95,4% της διασποράς, το μέσο τετραγωνικό λάθος του είναι 0,33 και παρουσιάζει όλους τους συντελεστές του να διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από το μηδέν.

Πίνακας 4ιδ: Κριτήρια επιλογής μοντέλου τάσης

	λογαριθμικό	Τεταρτοβάθμιο	Κυβικό	power
R^2	0,969	0,96	0,961	0,956
radj	0,967	0,95	0,956	0,954
F	712	169	175	501
sigF	0	0	0	0
στατιστικά σημαντικοί συντελεστές	Ναι	Ναι	Ναι	ναι
MSE	0,28	0,40	0,38	0,33
Akaike	1,65	2,06	2,02	1,74
Durbin-Watson	1,49 δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση	1,237 αβεβαιότητα	1,26 αβεβαιότητα	1,457 δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση



Διάγραμμα Α.4.ι: διαχρονική εξέλιξη αναλογίας μαθητών – διδασκόντων στο σύνολο των λυκείων και εκτιμήσεις τάσης

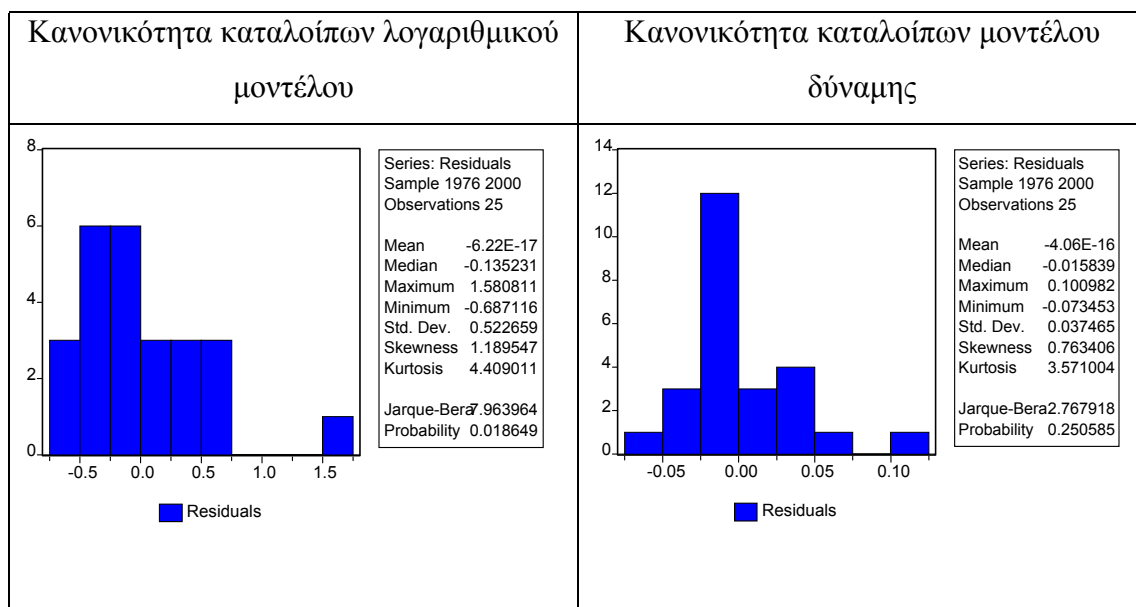
III) Υπολογισμός και έλεγχοι της τυχαίας συνιστώσας (καταλοίπων)

Στον πίνακα 4ιε παρουσιάζονται οι τιμές της σειράς, οι εκτιμώμενες τιμές του μοντέλου καθώς και τα κατάλοιπα.

Πίνακας 4ιε- Υπολογισμός τυχαίας συνιστώσας

Χρονιά	Παρατηρήσεις	T	I	Χρονιά	Παρατηρήσεις	T	I
76/77	23,45	24,47	-1,02	90/91	13,52	13,87	-0,35
77/78	21,70	21,16	0,54	91/92	13,55	13,68	-,013
78/79	19,03	19,43	-0,40	92/93	13,24	13,51	-0,27
79/80	17,86	18,29	-0,43	93/94	13,10	13,35	-0,25
80/81	17,41	17,46	-0,05	94/95	12,98	13,20	-0,22
81/82	17,57	16,80	0,77	95/96	13,64	13,05	0,59
82/83	16,91	16,27	0,64	96/97	12,81	12,92	-0,11
83/84	16,72	15,82	0,90	97/98	12,60	12,80	-0,20
84/85	16,15	15,43	0,72	98/99	14,03	12,68	1,35
85/86	15,29	15,10	0,19	99/00	12,32	12,5	-0,24
86/87	14,86	14,80	0,06	00/01	11,58	12,46	-0,88
87/88	14,26	14,53	-0,27				
88/89	14,02	14,29	-0,27				
89/90	13,69	14,07	-0,38				

Έλεγχος κανονικότητας της τυχαίας συνιστώσας (διάγραμμα Α.4.ια).

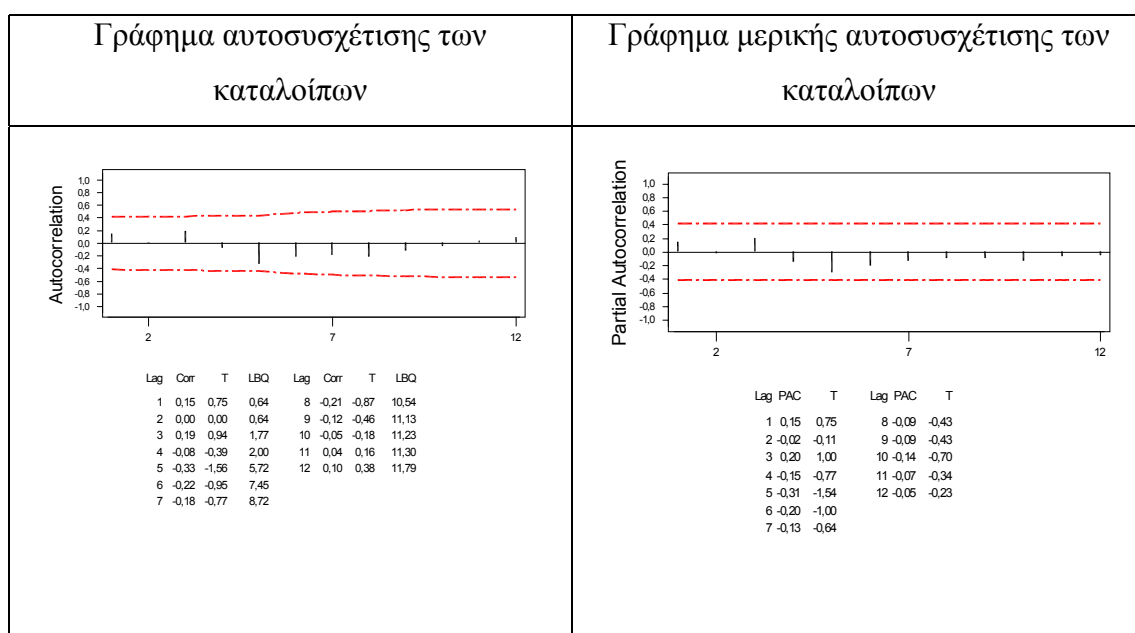


Διάγραμμα Α.4.ια: ιστόγραμμα καταλοίπων με περιγραφικά μέτρα

Ο έλεγχος Jarque-Bera εξετάζει αν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων στο μοντέλο δύναμης απορρίπτεται σε ε.σ. μεγαλύτερο του 25% (ακριβής τιμή p-value =0,251).

Επομένως δεν υπάρχουν επαρκή στοιχεία από το δείγμα μας ώστε να απορρίψουμε την κανονικότητα της τυχαίας συνιστώσας. Για το λογαριθμικό η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων απορρίπτεται σε ε.σ. μεγαλύτερο του 2%.

Στα γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης (Α.4.ιβ) δεν υπάρχει τιμή των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης που να βρίσκεται εκτός διαστήματος εμπιστοσύνης. Επίσης όλες οι τιμές του κριτηρίου t-statistics δείχνουν τιμές μη στατιστικά σημαντικά διάφορες από το μηδέν. Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η σειρά μας δεν έχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης.



Διάγραμμα Α.4.ιβ: Γραφήματα αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων

Έλεγχος Ljung-Box Q-statistics

Στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 4ιστ αναφέρονται οι τιμές της ελεγχουσυνάρτησης και οι αντίστοιχες κρίσιμες τιμές τους (p-values). Οι τιμές του ελέγχου για την τυχαία συνιστώσα είναι ενισχυτικές της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα και αυτά είναι μια τυχαία σειρά. Επομένως το μοντέλο που εκτιμήσαμε είναι κατάλληλο για την υπό μελέτη χρονολογική σειρά.

Πίνακας 4ιστ: Συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (AC), μερικής αυτοσυσχέτισης (PAC)

Υστερήσεις (lag)	AC	PAC	Q-Stat	P-value
1	0,157	0,157	0,6950	0,404
2	-0,094	-0,122	0,9539	0,621
3	0,225	0,271	2,5050	0,474
4	-0,090	-0,220	2,7672	0,598
5	-0,318	-0,216	6,1872	0,288
6	-0,195	-0,222	7,5312	0,274
7	-0,139	-0,089	8,2538	0,311
8	-0,186	-0,104	9,6204	0,293
9	-0,121	-0,100	10,234	0,332
10	-0,036	-0,137	10,292	0,415
11	0,038	-0,054	10,363	0,498
12	0,103	-0,010	10,917	0,536

IV) Προβλέψεις

Έλεγχος προβλέψεων με το κριτήριο του Theil

Η τιμή του κριτηρίου αυτού είναι 0,018 που βρίσκεται πολύ κοντά στο επιθυμητό μηδέν. Άρα η τεχνική πρόβλεψης είναι καλή.

Έλεγχος προβλέψεων με τα κριτήρια των αναλογιών μεροληψίας και διασποράς.

Οι τιμές των αναλογιών στη σειρά μας είναι 0 που σημαίνει ότι έχουμε άριστες προβλέψεις. Η πρόβλεψη για την χρονιά 2001/02 είναι 12,4 μαθητές ανά καθηγητή, για την χρονιά 2002/03 είναι 12,3 μαθητές ανά καθηγητή και για την χρονιά 2003/04 είναι 12,2 μαθητές ανά καθηγητή.

1.B.2.α Διαχρονική Εξέλιξη Αναλογίας Μαθητών - Διδασκόντων στα Λύκεια

Ανάλυση ανά Περιφέρεια

Στο διάγραμμα Α.5 – πίνακας 5 (παράρτημα) βλέπουμε την διαχρονική εξέλιξη του αριθμού μαθητών ανά καθηγητή σε κάθε περιφέρεια όπως αυτές ήταν κωδικοποιημένες από την ΕΣΥΕ το 1976. Για να έχουμε μια συνέχεια της χρονολογικής σειράς δεν λάβαμε υπόψη μας την αλλαγή κωδικοποίησης που έγινε το 1994 και κρατήσαμε την παλιά. Το μόνο πρόβλημα που έμεινε ήταν η αλλαγή περιφέρειας πρωτεύουσας – υπόλοιπο Αττικής (η παλιά κωδικοποίηση την ενέτασσε στην Στερεά Ελλάδα) σε Αττική. Η πρώτη ματιά δείχνει ότι τα νησιά του Αιγαίου, η Θράκη και η Ήπειρος είναι οι περιφέρειες με την καλύτερη αναλογία μαθητών - διδασκόντων ενώ η περιφέρεια πρωτεύουσας με την χειρότερη.

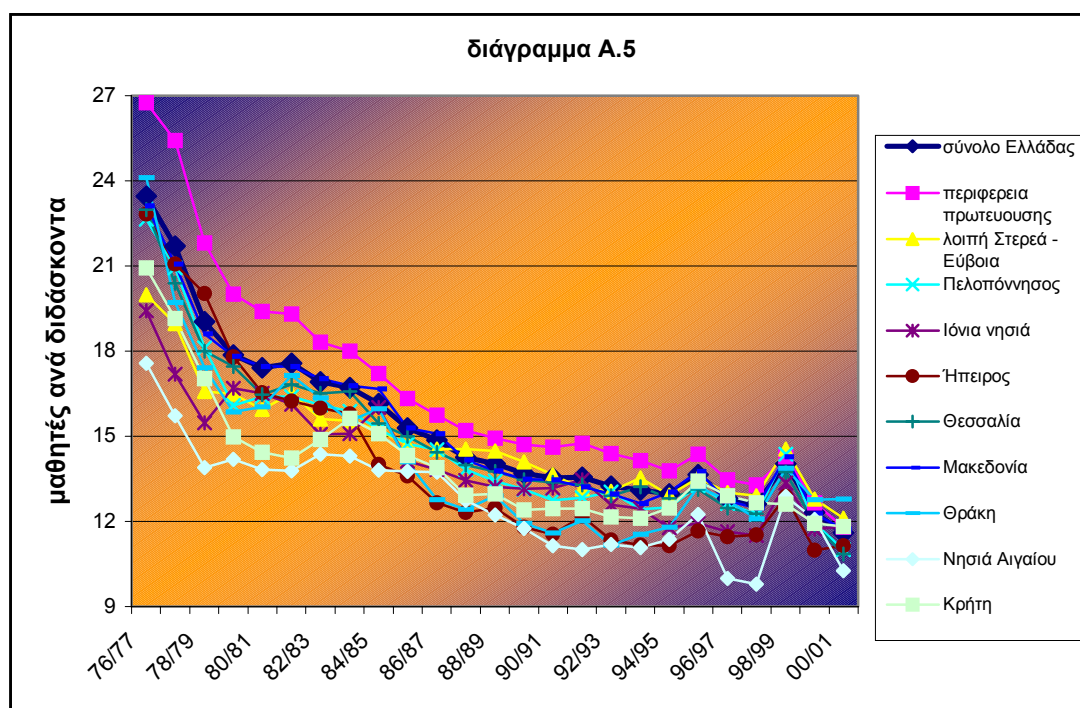
Η πορεία του δείκτη μας σε κάθε περιφέρεια είναι η κάτωθι :

- **Περιφέρεια Πρωτευούσης** (μετά το 1994 Αττική). Σε όλη την υπό μελέτη χρονική διάρκεια βρίσκεται πάνω από τον συνολικό δείκτη. Η διαφορά του από τον συνολικό δείκτη μειώνεται με την πάροδο του χρόνου και μάλιστα την τελευταία τριετία σχεδόν ταυτίζονται. Αυτό οφείλεται στην μείωση του αριθμού των μαθητών.

Τον Μάιο του '98 υπήρχαν 107951 μαθητές ενώ το Σεπτέμβριο του 2000 υπήρχαν 95897 μαθητές. Οι διδάσκοντες αντίστοιχα ήταν 8131 τον Μάιο του '98 και 8130 τον Σεπτέμβριο του 2000. Βέβαια θα πρέπει να σημειώσουμε ότι ο αριθμός των διδασκόντων είναι μεγαλύτερος κατά την διάρκεια του 2000/2001 λόγω πρόσληψης προσωρινού προσωπικού μετά τον Σεπτέμβριο.

- **λοιπή Στερεά- Εύβοια** (μέχρι και το 1993 περιέχει και το υπόλοιπο Αττικής).

Η πορεία του δείκτη αυτής της περιφέρειας μέχρι το 1987 είναι καλύτερη από ότι αυτή του συνολικού. Από εκεί και πέρα συμπορεύεται με τον συνολικό.



Διάγραμμα Α.5: διαχρονική εξέλιξη του αριθμού μαθητών λυκείου ανά καθηγητή σε κάθε περιφέρεια

- **Πελοπόννησος.** Η πορεία του δείκτη της είναι παράλληλη με τον συνολικό σε μικρότερες όμως τιμές και χωρίς να είναι μεγάλη η διαφορά τους. Εξαίρεση αποτελεί το 1998/1999 όπου έχουμε την μοναδική χρονιά κατά την οποία ο δείκτης

Πελοποννήσου υπερβαίνει τον συνολικό. Το 2000/2001 η Πελοπόννησος υστερεί κατά 0,5 μαθητές ανά διδάσκοντα, περίπου.

- **Ιόνια νησιά.** Σε όλη την χρονική διάρκεια της μελέτης ο δείκτης των Ιονίων βρίσκεται πιο κάτω από τον συνολικό. Διαφοροποιείται μόνο ως προς την διαφορά του από τον συνολικό. Συγκεκριμένα από το 1976-1984 έχει μεγαλύτερη διαφορά από τον συνολικό από ότι το διάστημα 1984-1993 (όπου βρίσκεται πολύ κοντά στον συνολικό). Από το 1993 ως το 1998 απομακρύνεται για να ταυτισθεί με τον συνολικό δείκτη την τελευταία τριετία.

- **Ήπειρος.** Μέχρι την χρονιά 1979/1980 συμβαδίζει με τον συνολικό δείκτη και από εκεί και πέρα υστερεί αυτού και μάλιστα δείχνει να είναι μία από τις καλύτερες περιφέρειες. Αυτό οφείλεται στην μικρότερη αύξηση που παρουσιάζει ο αριθμός των μαθητών σε σχέση με την αύξηση του αριθμού των καθηγητών. Το 1979/1980 οι μαθητές ήταν 7330 και τον 9/2000 ήταν 8029 δηλ. αύξηση της τάξης του 9,5% ενώ αντίστοιχα οι διδάσκοντες το 1979/80 ήταν 412 και τον 9/2000 ήταν 720 δηλ. αύξηση 75%.

- **Θεσσαλία.** Μέχρι την χρονιά 1983/1984 παρουσιάζει μία μικρή υστέρηση σε σχέση με τον συνολικό δείκτη και από εκεί και πέρα σχεδόν ταυτίζεται με αυτόν. Διαφοροποίηση παρουσιάζεται την τελευταία χρονιά που παίρνει τιμή 10,84 σε αντίθεση με την 11,58 του συνολικού. Αυτό οφείλεται τόσο στην μείωση του μαθητικού πληθυσμού στην περιφέρεια αυτή όσο και στην αύξηση του διδακτικού προσωπικού τα τελευταία χρόνια.

- **Μακεδονία.** Η πορεία αυτού του δείκτη είναι σχεδόν ταυτόσημη με αυτήν του συνολικού. Οι διαφορές τους δεν υπερβαίνουν το 0,6 με μέση τιμή 0,2. Την τελευταία χρονιά παίρνει την τιμή 11,73 έναντι 11,58 του συνολικού.

- **Θράκη.** Η πορεία αυτού του δείκτη μέχρι το 1995/1996 υστερεί του συνολικού και μάλιστα αρκετά έτσι ώστε να κατατάσσει την Θράκη στις καλύτερες περιοχές. Όμως από εκεί και πέρα εμφανίζεται να υπερτερεί λίγο του συνολικού. Αυτό οφείλεται στο

ότι η μείωση των μαθητών ακολουθήθηκε και από μείωση των καθηγητών πράγμα που δεν συνέβη σε άλλες περιφέρειες.

• **Νήσοι Αιγαίου.** Η περιφέρεια με την καλύτερη αναλογία μαθητών - διδασκόντων. Σε όλη την χρονική διάρκεια της μελέτης μας ο δείκτης των αιγαιοπελαγίτικων νησιών είναι μικρότερος από αυτόν της χώρας. Η μικρότερη διαφορά είναι 0,3, την χρονιά 1999/2000 και η μεγαλύτερη 6, την χρονιά 1977/1978. Η μέση τιμή των διαφορών είναι 2,54.

Μια πιθανή αιτιολόγηση αυτού του φαινομένου διατυπώθηκε προηγουμένως στην ενότητα που αναφέρεται στα γυμνάσια.

• **Κρήτη.** Μέχρι την χρονιά 1994/1995 υπολείπεται του συνολικού δείκτη. Από εκεί και μετά αμβλύνει την διαφορά και σχεδόν ταυτίζεται με αυτόν.

1.Β.2.β Διαχρονική Εξέλιξη Αναλογίας Μαθητών – Διδασκόντων στα Λύκεια σε Μητροπολιτικούς, Δυσπρόσιτους νομούς και σε νομούς με μεγάλα αστικά κέντρα

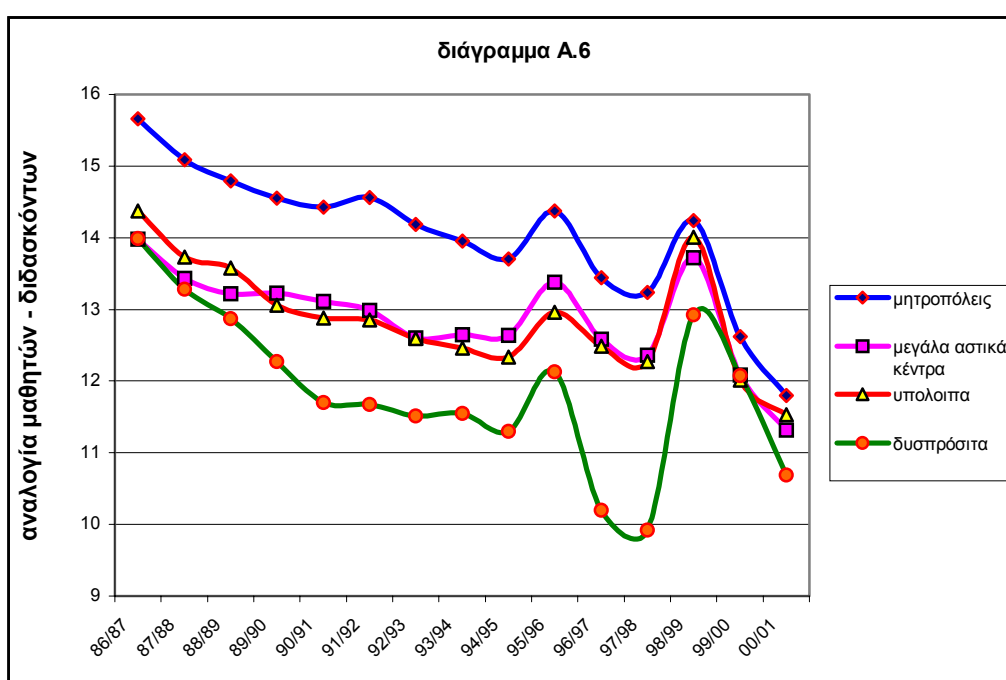
Προσπαθώντας να διερευνήσουμε την κατάσταση που επικρατεί σε κάθε γωνιά της Ελλάδας προχωρήσαμε σε μία ομαδοποίηση των νομών διαφορετική από αυτήν της ΕΣΥΕ. Χωρίσαμε τους νομούς σε τέσσερις κατηγορίες :

- α) **μητροπολιτικοί νομοί** : Περιφέρεια Πρωτευούσης (από το '94 και εντεύθεν Αττική) και Θεσσαλονίκης.
- β) **νομοί με μεγάλα αστικά κέντρα άνω των 50.000 κατοίκων** : Αχαΐας, Ηρακλείου, Λαρίσης, Μαγνησίας, Ιωαννίνων.
- γ) **δυσπρόσιτοι** : νησιά Αιγαίου, Έβρου, Φλωρίνης, Ευρυτανίας. Συμπεριλάβαμε νομούς στους οποίους βρίσκονται αρκετά από τα σχολεία τα οποία χαρακτηρίζει το ΥΠΕΠΘ σαν δυσπρόσιτα. Σε αυτά γίνονται ξεχωριστοί διορισμοί και υποχρεώνονται οι καθηγητές να παραμείνουν επί τριετία και χωρίς να έχουν το δικαίωμα απόσπασης.
- δ) **υπόλοιποι**

Στο διάγραμμα Α.6 – πίνακα 6 (παράρτημα) βλέπουμε την πορεία της αναλογίας μαθητών ανά καθηγητή σε αυτές τις κατηγορίες από το 1986 μέχρι σήμερα. Για παλιότερες χρονιές δεν έχουμε πλήρη στοιχεία. Η αναλογία των

μητροπολιτικών νομών μέχρι το '98 είναι αρκετά μεγαλύτερη όλων των άλλων δείχνοντας ότι σε αυτούς τους νομούς τα τμήματα είναι πιο πολυπληθή. Την τελευταία τριετία φαίνεται να μειώνεται αυτή η διαφορά.

Η αναλογία στις δυσπρόσιτες περιοχές φαίνεται να είναι σαφώς καλύτερη από όλες τις άλλες περιοχές. Ειδικότερα το έτος 1996/1997 εμφανίζεται μία μεγάλη μείωση που φτάνει κάτω από 10 παιδιά ανά καθηγητή που πιθανόν οφείλεται και στον μαζικό διορισμό καθηγητών δυσπρόσιτων που έγινε εκείνη την χρονιά. Την τελευταία τριετία εξακολουθεί να παραμένει χαμηλότερα από όλους τους άλλους αμβλύνοντας όμως τις διαφορές.



Διάγραμμα Α.6: διαχρονική εξέλιξη της αναλογίας μαθητή λυκείου ανά καθηγητή σε δυσπρόσιτες περιφέρειες

Στις άλλες δύο κατηγορίες η αναλογία μαθητών - διδασκόντων κινείται ταυτόσημα με τιμές ανάμεσα στους δύο προαναφερθέντες. Η ανοδική κίνηση του '98 οφείλεται στην κατάργηση των πολυκλαδικών και στην καθυστέρηση πρόσληψης των καθηγητών από τον διαγωνισμό του ΑΣΕΠ, όπως εκτενώς αναλύθηκαν στην παράγραφο 1.Β.1.

