

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΤΟ ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑ ΤΩΝ ΥΠΟΨΗΦΙΩΝ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΩΝ ΕΤΩΝ

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό διερευνούμε αν το να είναι κανείς υποψήφιος παλαιότερων ετών, που έχει δώσει τουλάχιστον μια φορά εξετάσεις, του προσδίδει κάποιο πλεονέκτημα σε σχέση με τους υποψήφιους που δίνουν για πρώτη φορά, έχει, δηλαδή, θετική ή αρνητική συνεισφορά στη βαθμολογία του. Ταυτόχρονα, επειδή πιθανότατα η βαθμολογία επηρεάζεται και από άλλους παράγοντες, που έχουν κατά καιρούς διερευνηθεί, όπως φύλο, είδος λυκείου κλπ, πρέπει να ενσωματώσουμε και αυτούς τους παράγοντες στον έλεγχο μας.

5.1 Διατύπωση υποδείγματος

Για να ελέγξουμε την παραπάνω υπόθεση, διατυπώνουμε ένα υπόδειγμα παλινδρόμησης με εξαρτημένη μεταβλητή τη συνολική βαθμολογία (μόρια) του υποψήφιου (ποσοτική μεταβλητή) και ανεξάρτητες μεταβλητές τις ποιοτικές μεταβλητές παλαιότητα υποψήφιου, τύπος λυκείου (δημόσιο-ιδιωτικό), είδος λυκείου (γενικό-τεχνικό) και φύλο υποψήφιου.

Οι ανεξάρτητες μεταβλητές του υποδείγματος είναι δίτιμες (εικονικές ή ψευδομεταβλητές) και σαν κατηγορία αναφοράς τους θεωρούμε το 0 για καθεμιά¹. Οι υποθέσεις που γίνονται είναι οι ίδιες με αυτές της απλής γραμμικής παλινδρόμησης, δηλαδή ότι τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και ότι κατανέμονται κανονικά με μέσο μηδέν και σταθερή διακύμανση.

¹ Βλ. Πανάρετος (2001).

Το υπόδειγμα διατυπώνεται ως εξής :

$$\begin{aligned} \text{BATHMOL}_i = a + b_1 (\text{OLDNEW}_i) + b_2 (\text{PRIVPUPL}_i) + \\ + b_3 (\text{TEXNGEN}_i) + b_4 (\text{FYLO}_i) + e_i \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

όπου:

BATHMOL_i = μόρια υποψηφίου i ,

$\text{OLDNEW}_i = 1$ όταν πρόκειται για νέο υποψήφιο και 0 όταν πρόκειται για υποψήφιο παλαιότερων ετών,

$\text{PRIVPUPL}_i = 1$ όταν πρόκειται για υποψήφιο ιδιωτικού λυκείου και 0 όταν πρόκειται για υποψήφιο δημοσίου λυκείου,

$\text{TEXNGEN}_i = 1$ όταν πρόκειται για υποψήφιο τεχνικού λυκείου και 0 όταν πρόκειται για υποψήφιο γενικού λυκείου,

$\text{FYLO}_i = 1$ όταν πρόκειται για υποψήφιο αγόρι και 0 όταν πρόκειται για υποψήφιο κορίτσι.

5.2 Εκτίμηση υποδείγματος και ερμηνεία

Το υπόδειγμα (5.1.1) εκτιμήθηκε για κάθε δέσμη και τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Δέσμη	Μεταβλη- τές	Συντε- λεστές b_i	Std.err or	t-test	Sig t- test	R squa re	F test	Sig. F-test
1 ^η Δέσμη	OLDNEW	-317,829	14,244	-22,313	0,000	0,040	353,298	0,000
	PRIVPUBL	175,721	59,167	2,970	0,000			
	TEXNGEN	-709,840	24,339	-29,165	0,003			
	FYLO	-141,390	15,422	-9,168	0,000			
	Constant	2993,717	15,261	196,167	0,000			
2 ^η Δέσμη	OLDNEW	-828,533	28,663	-28,906	0,000	0,079	242,432	0,000
	PRIVPUBL	152,666	106,584	1,432	0,152			
	TEXNGEN	-549,244	54,824	-10,018	0,000			
	FYLO	75,785	28,782	2,633	0,008			
	Constant	4038,479	24,330	165,989	0,000			
3 ^η Δέσμη	OLDNEW	-475,034	16,478	-28,828	0,000	0,047	359,845	0,000
	PRIVPUBL	127,943	69,299	1,846	0,065			
	TEXNGEN	-140,875	38,257	-3,682	0,000			
	FYLO	-524,308	20,176	-26,051	0,000			
	Constant	4757,603	12,956	367,200	0,000			
4 ^η Δέσμη	OLDNEW	-667,204	14,665	-45,498	0,000	0,090	1298,235	0,000
	PRIVPUBL	-215,362	61,116	-3,524	0,000			
	TEXNGEN	-517,438	24,725	20,928	0,000			
	FYLO	-837,334	14,634	-57,217	0,000			
	Constant	3654,609	13,861	263,661	0,000			

Πίνακας 5.2.1 Εκτίμηση παραμέτρων υποδείγματος παλινδρόμησης

Εξετάζοντας τους συντελεστές b_i για την μεταβλητή OLDNEW παρατηρούμε τη σαφώς καλύτερη επίδοση των υποψηφίων που προέρχονται από προηγούμενες χρονιές. Όπως διαισθητικά μπορούμε να πιθανολογήσουμε, οι υποψήφιοι αυτοί φαίνεται να έχουν ένα συγκριτικό πλεονέκτημα έναντι αυτών που δίνουν για πρώτη φορά, εφόσον μπορούν να κρατήσουν βαθμολογίες σε δύο το πολύ μαθήματα από προηγούμενη εξέταση. Αν σε αυτό προστεθεί και το γεγονός της πρότερης εμπειρίας πανελλαδικών εξετάσεων καθώς και του περισσότερου χρόνου μελέτης που είναι διαθέσιμος, το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να θεωρηθεί αναμενόμενο. Οι συντελεστές b_i της μεταβλητής OLDNEW σύμφωνα με τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης είναι στατιστικά σημαντικοί και με αναμενόμενο πρόσημο και για τις τέσσερις δέσμες.

Συνεπώς το να είναι κανείς υποψήφιος που προέρχεται από παλαιότερα έτη φαίνεται να βελτιώνει τη βαθμολογία του κατά μέσο όρο, 317 μονάδες για

την 1^η δέσμη, 828 μονάδες για την 2^η , 475 μονάδες για την 3^η και 667 μονάδες για την 4^η δέσμη.

Η ανεξάρτητη δίτιμη μεταβλητή που αναφέρεται στο χαρακτήρα λυκείου ιδιωτικά δημόσια (PRIVPUBL) δεν είναι στατιστικά σημαντική για την 2^η και 3^η δέσμη. Αντιθέτως είναι στατιστικά σημαντική για τις δέσμες 1^η και 4^η. Συγκεκριμένα για την 1^η δέσμη αν κάποιος είναι υποψήφιος από ιδιωτικό λύκειο έχουμε μια αύξηση στην βαθμολογία κατά 176 μονάδες, διατηρώντας τις υπόλοιπες ανεξάρτητες μεταβλητές σταθερές. Αντιθέτως για την 4^η δέσμη έχουμε πλεονέκτημα των υποψηφίων από τα δημόσια σχολεία κατά 215 μονάδες.

Η μεταβλητή TEXNGEN που αναφέρεται στο είδος του λυκείου από το οποίο προέρχεται ο υποψήφιος είναι στατιστικά σημαντική και για τις τέσσερις δέσμες. Αν ο υποψήφιος προέρχεται από γενικό λύκειο έχει αύξηση στη βαθμολογία του κατά 709 μονάδες για τη 1^η δέσμη, 549 για την 2^η δέσμη, 524 για την 3^η δέσμη και 517 για την 4^η δέσμη.

Τέλος όσο αφορά την ανεξάρτητη μεταβλητή του φύλου (FYLO), σε όλες τις παλινδρομήσεις είναι στατιστικά σημαντική. Τα κορίτσια φαίνεται να έχουν συγκριτικό πλεονέκτημα όσο αφορά την μέση βαθμολογία τους για τις 1^η , 3^η και 4^η δέσμη η οποία αντίστοιχα αυξάνεται κατά 141, 524 και 837 μονάδες. Αντιθέτως για την 2^η δέσμη έχουμε αύξηση της μέσης βαθμολογίας κατά 75 μονάδες αν πρόκειται για υποψήφιο αγόρι.

5.3 Διαγνωστικοί έλεγχοι υποδείγματος

Η ισχύς των συμπερασμάτων από ένα υπόδειγμα γραμμικής παλινδρόμησης εξαρτάται από το βαθμό στον οποίο τηρούνται οι υποθέσεις του υποδείγματος, όπως τις περιγράψαμε στην παράγραφο 5.1. Παραβίαση των υποθέσεων οδηγεί σε μικρές ή μεγάλες δυσκολίες στη χρήση του υποδείγματος για το σκοπό που επιδιώκεται.

Προχωρούμε σε διαγνωστικούς ελέγχους του υποδείγματος (5.1.1).

5.3.1 Έλεγχος σταθερής διακύμανσης

Η πρώτη υπόθεση που εξετάζουμε είναι ότι η διακύμανση είναι σταθερή για όλα τα κατάλοιπα, δηλαδή ότι υπάρχει ομοσκεδαστικότητα. Αν η υπόθεση αυτή παραβιάζεται και υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα στα κατάλοιπα, οι εκτιμήσεις των συντελεστών της παλινδρόμησης δεν είναι αποτελεσματικές και, συνεπώς, οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας δεν είναι αξιόπιστοι.

Για τον έλεγχο ομοσκεδαστικότητας χρησιμοποιούμε τη διαδικασία των Cook – Weisberg². Υποτίθεται ότι, αν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, η διακύμανση των καταλοίπων μπορεί να γραφτεί ως συνάρτηση μιας άγνωστης παραμέτρου λ και ενός γνωστού διανύσματος z_i , το οποίο μπορεί να είναι οι θεωρητικές τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής, ή οι τιμές των ερμηνευτικών μεταβλητών. Δοθέντος του z_i , υποθέτουμε ότι $\text{var}(e_i) = \sigma^2[\exp(\lambda^T z_i)]$. Αν τα κατάλοιπα έχουν σταθερή διακύμανση τότε $\lambda=0$, ενώ αν είναι ετεροσκεδαστικά τότε $\lambda \neq 0$ ³. Για τον έλεγχο της υπόθεσης ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

Για τον έλεγχο της υπόθεσης ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

1. Αποκτώνται τα κατάλοιπα e_i ² από την παλινδρόμηση μας (5.1.1).
2. Υπολογίζονται τα μετασχηματισμένα κατάλοιπα $u_i = e_i^2 / \sigma^2$, όπου σ^2 είναι η διακύμανση του υποδείγματος (εκτιμάται διαιρώντας το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων της παλινδρόμησης με τον αριθμό των παρατηρήσεων).
3. Εκτιμάται η παλινδρόμηση των u_i στα z_i (στην περίπτωση μας ως z_i πήραμε τις θεωρητικές τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής).

² Βλ. Weisberg (1985)

³ Τα αποτελέσματα του ελέγχου Cook-Weisberg δεν είναι πολύ ευαίσθητα στην ακριβή συναρτησιακή μορφή που υποθέτουμε για τη διακύμανση (βλ. Weisberg, σελ.135).

4. Υπολογίζεται η συνάρτηση ελέγχου $S = (\text{άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης})/2$, η οποία ακολουθεί την κατανομή χ^2 με έναν βαθμό ελευθερίας. Αν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα και $\lambda \neq 0$ τότε οι τιμές του S θα είναι αρκετά μεγάλες, συνεπώς μεγάλες τιμές του S οδηγούν σε απόρριψη της υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας.

Στον επόμενο πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα του ελέγχου για κάθε δέσμη.

Δέσμη	S	S/2	$X^2_{1,0.05}$
1 ^η	3,480	1,74	3,84146
2 ^η	197,716	98,858	3,84146
3 ^η	2404,45	1202,22	3,84146
4 ^η	332,616	166,308	3,84146

Πίνακας 5.3.1 Έλεγχοι
ετεροσκεδαστικότητας

Η υπόθεση $\lambda=0$ (δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα) γίνεται δεκτή μόνο για την 1^η δέσμη, ενώ για τις υπόλοιπες δέσμες όπου $S/2 > X^2_{1,0.05}$, απορρίπτεται σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας $\alpha=5\%$.

5.3.2 Έλεγχος ύπαρξης αυτοσυσχέτισης

Η επόμενη υπόθεση που εξετάζουμε είναι αν τα κατάλοιπα είναι ασυσχέτιστα. Για τον έλεγχο αυτό χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση ελέγχου Durbin-Watson που βασίζεται στις διαφορές γειτονικών καταλοίπων⁴. Η τιμή της ελεγχοσυνάρτησης που εκτιμάται από τα κατάλοιπα της παλινδρόμησης d , συγκρίνεται με την κατώτερη και την ανώτερη κριτική τιμή d_L και d_U , αντίστοιχα, οι οποίες είναι πινακοποιημένες, και η εξαγωγή συμπερασμάτων γίνεται ως εξής:

Αν $d < d_L$ υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση,

Αν $4-d < d_L$ υπάρχει αρνητική αυτοσυσχέτιση,

Αν $d_L < d < d_U$ ή $d_L < 4-d < d_U$ δεν μπορούμε να αποφανθούμε,

⁴ Βλ. Πανάρετο (1997), παρ. 3.3.

Αν $d > d_U$ δεν υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση,

Αν $4-d > d_U$ δεν υπάρχει αρνητική αυτοσυσχέτιση.

Οι τιμές d της ελεγχουσυνάρτησης ανά δέσμη, καθώς και οι κριτικές τιμές d_L και d_U (σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας $\alpha=5\%$), έχουν ως εξής:

Δέσμη	D	4-d	d_L	d_U	Συμπέρασμα
1 ^η	1,627	2,373	1,53	1,70	• Δεν υπάρχει αρνητική αυτοσυσχέτιση. • Ενδεχομένως υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση.
2 ^η	1,707	2,293	1,53	1,70	• Δεν υπάρχει κανενός είδους αυτοσυσχέτιση.
3 ^η	1,712	2,288	1,53	1,70	• Δεν υπάρχει κανενός είδους αυτοσυσχέτιση.
4 ^η	1,758	2,242	1,53	1,70	• Δεν υπάρχει κανενός είδους αυτοσυσχέτιση.

Πίνακας 5.3.2 Έλεγχοι αυτοσυσχέτισης

Μόνο σε μια περίπτωση, στην 1^η δέσμη, ενδέχεται να υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση διότι η τιμή της d βρίσκεται εντός των δυο ορίων. Πάντως λαμβάνοντας υπόψη ότι σε αυτήν την περίπτωση η τιμή της d είναι κοντά στο όριο απόρριψης της υπόθεσης θετικής αυτοσυσχέτισης, καθώς και ότι το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης συνήθως εμφανίζεται σε χρονολογικά δεδομένα, και όχι σε διαστρωματικά, όπως τα δεδομένα της παρούσας εργασίας, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα.

5.3.3 Έλεγχος πολυσυγγραμμικότητας

Η επόμενη υπόθεση που ελέγχουμε είναι ότι οι ερμηνευτικές μεταβλητές είναι ασυσχέτιστες. Αν υπάρχει πολυσυγγραμμικότητα, δηλαδή ισχυρή συσχέτιση μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών, τότε οι εκτιμήσεις των παραμέτρων του υποδείγματος είναι εξαιρετικά ασταθείς και οι τιμές τους υφίστανται δραματικές αλλαγές όταν γίνονται μικρές αλλαγές στα δεδομένα του προβλήματος. Η ύπαρξη πολυσυγγραμμικότητας μπορεί να ελεγχθεί με τις τιμές του βαθμού ανοχής (tolerance) και του παράγοντα πληθωριστικής διακύμανσης (variance inflation factor) κάθε

μεταβλητής. Ο βαθμός ανοχής υπολογίζεται ως $1-R_j^2$, όπου R_j^2 είναι ο συντελεστής προσδιορισμού της παλινδρόμησης με εξαρτημένη μεταβλητή τη j ερμηνευτική μεταβλητή στην αρχική παλινδρόμηση, και ερμηνευτικές μεταβλητές όλες τι υπόλοιπες ερμηνευτικές μεταβλητές της αρχικής παλινδρόμησης. Χαμηλές τιμές του βαθμού ανοχής (κάτω του 0,05) υποδηλώνουν ισχυρή συσχέτιση μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών. Ο παράγοντας πληθωριστικής διακύμανσης υπολογίζεται ως το αντίστροφο του βαθμού ανοχής και υψηλή τιμή του (άνω του 15-20) υπονοεί την ύπαρξη πολυσυγγραμμικότητας.

Στον πίνακα παρακάτω φαίνονται οι τιμές αυτών των δυο ποσοτήτων για κάθε δέσμη.

Δέσμη	Μεταβλητές	Ανοχή (Tolerance)	Παράγοντας πληθωρισμού διακύμανσης (VIF)
1 ^η δέσμη	OLDNEW	0,995	1,005
	PRIVPUBL	0,999	1,001
	TEXNGEN	0,996	1,004
	FYLO	0,993	1,007
2 ^η δέσμη	OLDNEW	0,998	1,002
	PRIVPUBL	0,996	1,004
	TEXNGEN	0,997	1,003
	FYLO	0,997	1,003
3 ^η δέσμη	OLDNEW	0,996	1,004
	PRIVPUBL	0,997	1,003
	TEXNGEN	0,999	1,001
	FYLO	0,993	1,007
4 ^η δέσμη	OLDNEW	0,974	1,026
	PRIVPUBL	0,997	1,003
	TEXNGEN	0,996	1,004
	FYLO	0,971	1,030

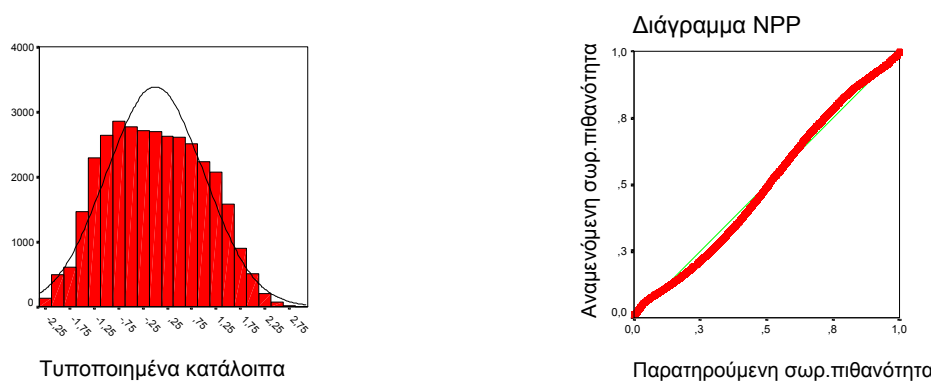
Πίνακας 5.3.3 Έλεγχοι πολυσυγγραμμικότητας

Παρατηρούμε ότι οι τιμές του βαθμού ανοχής και του παράγοντα πληθωρισμού διακύμανσης σε όλες τις μεταβλητές και όλες τις δέσμες βρίσκονται πολύ μακριά από το να υποδηλώνουν ενδεχόμενη πολυσυγγραμμικότητα, συνεπώς μπορούμε να υποθέσουμε ότι τέτοιο πρόβλημα δεν υπάρχει.

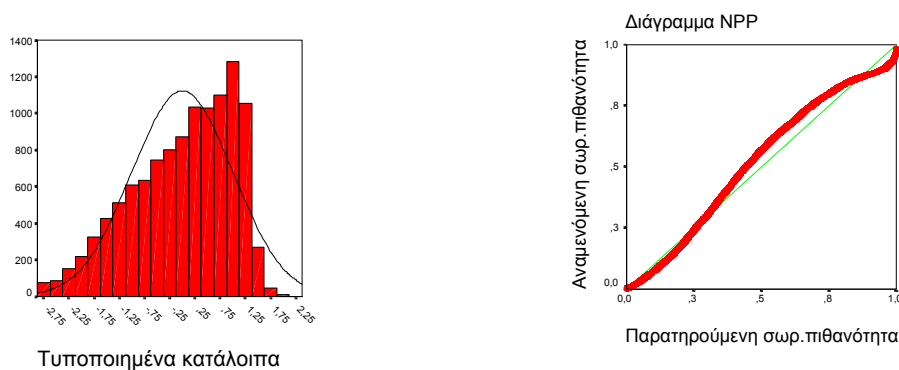
5.3.4 Έλεγχος κανονικότητας των καταλοίπων

Κατά τη διατύπωση του υποδείγματος γίνεται η υπόθεση ότι τα κατάλοιπα κατανέμονται κανονικά. Ο έλεγχος της υπόθεσης αυτής γίνεται γραφικά και με κατάλληλους στατιστικούς έλεγχους. Χρησιμοποιούμε ιστογράμματα και διαγράμματα NPP (normal probability plots) για να αποκτήσουμε αίσθηση της κατανομής των καταλοίπων. Στα διαγράμματα NPP, αν τα κατάλοιπα προέρχονται από κανονική κατανομή οι παρατηρούμενες αθροιστικές σχετικές συχνότητες θα είναι κατά μέσο όρο ίσες με τις αναμενόμενες σωρευτικές πιθανότητες της κανονικής κατανομής.

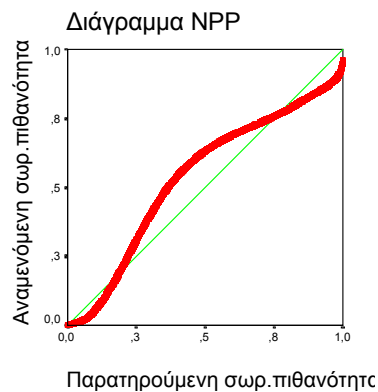
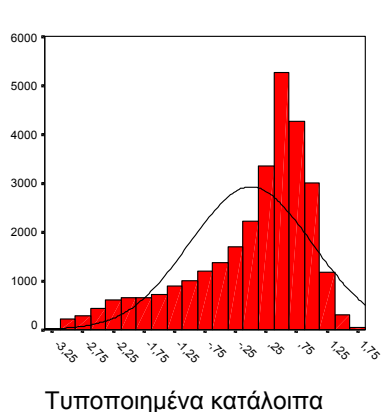
Τα διαγράμματα ανά δέσμη φαίνονται στη συνέχεια.



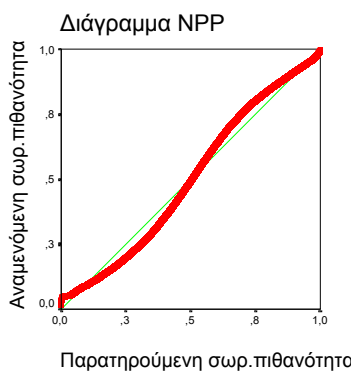
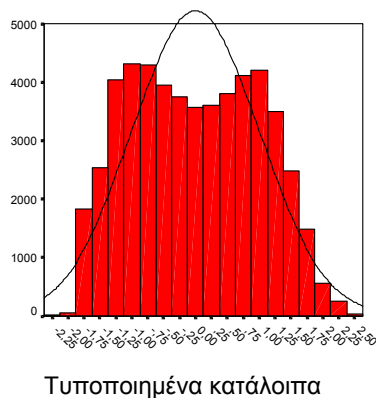
Διάγραμμα 5.3.1 Ιστόγραμμα και διάγραμμα NPP καταλοίπων 1^{ης} δέσμης



Διάγραμμα 5.3.2 Ιστόγραμμα και διάγραμμα NPP καταλοίπων 2^{ης} δέσμης



Διάγραμμα 5.3.3 Ιστόγραμμα και διάγραμμα NPP καταλοίπων 3^{ης} δέσμης



Διάγραμμα 5.3.4 Ιστόγραμμα και διάγραμμα NPP καταλοίπων 4^{ης} δέσμης

Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι μόνο τα κατάλοιπα της 1^{ης} δέσμης προσεγγίζουν κάπως την κανονική κατανομή. Στη 2^η και 3^η δέσμη υπάρχει έντονη αρνητική ασυμμετρία ενώ η κατανομή των καταλοίπων της 4^{ης} δέσμης είναι δικόρυφη. Τα προβλήματα αυτά απεικονίζονται και στα διαγράμματα NPP, ιδιαίτερα της 2^{ης} και 3^{ης} δέσμης, όπου παρατηρούνται οι μεγαλύτερες αποκλίσεις από την κανονικότητα.

Προχωρούμε σε έλεγχο της κανονικότητας των τυποποιημένων καταλοίπων με την ελεγχουσυνάρτηση του Lilliefors⁵. Αν η τιμή της ελεγχουσυνάρτησης που υπολογίζεται από τα δεδομένα είναι μεγαλύτερη της κριτικής τιμής του,

⁵ Βλ. Ξεκαλάκη (2001), παρ. 4.3.1. Ο έλεγχος αυτός είναι παραλλαγή του γνωστού ελέγχου Kolmogorov-Smirnov όταν οι παράμετροι της κατανομής εκτιμώνται από τα δεδομένα.

απορρίπτεται η υπόθεση περί κανονικότητας των καταλοίπων. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται οι τιμές αυτές.

Δέσμη	Τιμή Ελεγχουσυνάρτησης Lilliefors (T_1)	N	Κριτική τιμή ⁶ (0,886/ $\sqrt{N}$)
1 ^η	0,044	33976	0,00481
2 ^η	0,073	11280	0,00834
3 ^η	0,142	29350	0,00517
4 ^η	0,061	52412	0,00387

Πίνακας 5.3.4 Έλεγχοι κανονικότητας καταλοίπων παλινδρόμησης

Οι τιμές της ελεγχουσυνάρτησης είναι μεγαλύτερες σε κάθε δέσμη από τις κριτικές τιμές, συνεπώς η υπόθεση της κανονικότητας των καταλοίπων απορρίπτεται.

5.3.5 Συμπεράσματα από τους διαγνωστικούς ελέγχους

Σύμφωνα με τις προηγούμενες παραγράφους, το υπόδειγμα παλινδρόμησης (5.1.1) παρουσιάζει ετεροσκεδαστικότητα (για τις 3 από τις 4 δέσμες) και μη κανονική κατανομή καταλοίπων (για όλες τις δέσμες). Έτσι δεν μπορούν να διενεργηθούν αξιόπιστοι έλεγχοι υποθέσεων αναφορικά με τις παραμέτρους των ερμηνευτικών μεταβλητών της παλινδρόμησης και, ειδικότερα, να ελεγχθεί στατιστικά η ύπαρξη ή όχι πλεονεκτήματος στους υποψηφίους παλιότερων ετών. Η ταυτόχρονη εμφάνιση των δυο αυτών προβλημάτων, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι οι μετασχηματισμοί που πιθανόν να διόρθωναν εν μέρει το πρόβλημα είναι περιορισμένοι και μπορούν να γίνουν μόνο στην εξηρτημένη μεταβλητή, εφόσον οι ανεξάρτητες είναι δίτιμες, μας οδηγούν στην υιοθέτηση μη παραμετρικού ελέγχου της διαφοράς στη βαθμολογία παλαιών και νέων υποψηφίων.

⁶ Βλ. Ξεκαλάκη (2001), πίνακα 15, σελ. 788.

5.4 Μη παραμετρικός έλεγχος διαφοράς βαθμολογίας παλαιών και νέων υποψηφίων

Η υπόθεση περί ύπαρξης πλεονεκτήματος των παλαιών υποψηφίων μπορεί να ελεγχθεί με τη χρήση μη παραμετρικών τεχνικών, η ισχύς των οποίων δεν εξαρτάται από τη μορφή της κατανομής του πληθυσμού ή των καταλοίπων μιας παλινδρόμησης.

Για την περίπτωση μας θα χρησιμοποιήσουμε τον έλεγχο Wilcoxon-Mann-Whitney. Ο έλεγχος αυτός είναι το μη παραμετρικό ανάλογο του ελέγχου t περί διαφοράς δυο μέσων⁷.

Η υπόθεση προς έλεγχο είναι η ακόλουθη:

H_0 : Η μέση επίδοση (μόρια) των νέων υποψηφίων είναι ίση με αυτή των παλαιών υποψηφίων.

H_1 : Η μέση επίδοση των νέων υποψηφίων είναι μικρότερη από αυτή των παλαιών.

Για τη διενέργεια αυτού του ελέγχου ακολουθείται η εξής διαδικασία. Αρχικά οι παρατηρήσεις που αφορούν τα μόρια παλαιών και νέων υποψηφίων αναμιγνύονται σε κοινό δείγμα και, στη συνέχεια διατάσσονται κατά αύξουσα τάξη μεγέθους. Αν η μέση επίδοση μεταξύ των δυο ομάδων υποψηφίων είναι ίδια, τότε οι τάξεις μεγέθους θα πρέπει να κατανέμονται ομοιόμορφα μεταξύ των δειγμάτων. Υπολογίζονται ο αριθμός των φορών που μια βαθμολογία από την ομάδα των παλαιών υποψηφίων είναι μεγαλύτερη από μια βαθμολογία από την ομάδα των νέων υποψηφίων, καθώς και το αντίθετο, δηλαδή πόσες φορές μια βαθμολογία νέου υποψηφίου είναι μεγαλύτερη από μια βαθμολογία παλαιού υποψηφίου. Το στατιστικό U των Mann-Whitney είναι το μικρότερο από τα δυο αυτά αθροίσματα. Για μεγάλα δείγματα η κατανομή του στατιστικού U είναι η κανονική. Για τον έλεγχο της υπόθεσης μας

⁷ Βλ. Λαμπράκης (1980), παρ.8.2.2., Ξεκαλάκη (2001) παρ.3.2.

χρησιμοποιούμε την τυποποιημένη τιμή Z του στατιστικού U που εκτιμάται από το δείγμα, και την τιμή της τυποποιημένης κανονικής κατανομής $-Z_{\alpha}$, εφόσον πρόκειται για μονόπλευρο έλεγχο. Η υπόθεση μηδέν ότι η μέση επίδοση των παλαιών είναι ίση με αυτή των νέων υποψήφίων απορρίπτεται έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης, αν $Z \leq -Z_{\alpha}$.

Τα αποτελέσματα των ελέγχων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Δέσμη	Πλήθος παλαιών υποψήφίων	Πλήθος νέων υποψήφίων	Σύνολο	U	Z	- $Z_{0,05}$
1 ^η	16.420	17.556	33.976	124.144.880	-22,126	-1,645
2 ^η	5.818	5.562	11.280	10.438.310	-31,536	-1,645
3 ^η	14.061	15.289	29.350	85.379.544	-30,491	-1,645
4 ^η	23.924	28.488	52.412	284.302.528	-32,730	-1,645

Πίνακας 5.3.5 Μη παραμετρικός έλεγχος Wilcoxon-Mann-Whitney της διαφοράς των μέσων βαθμολογιών παλαιών και νέων υποψήφίων

Σε όλες τις δέσμες ισχύει $Z \leq -Z_{\alpha}$ και η υπόθεση της ισότητας απορρίπτεται, έναντι της υπόθεσης ότι οι παλαιοί υποψήφιοι επιτυγχάνουν περισσότερα μόρια.

5.5 Συμπεράσματα

Στο παρόν κεφάλαιο προσπαθήσαμε να διερευνήσουμε αν οι παλαιοί υποψήφιοι έχουν συγκριτικό πλεονέκτημα έναντι των νέων, διότι μπορούν να κρατήσουν βαθμολογίες προηγούμενων εξετάσεων. Αρχικά χρησιμοποιήσαμε την ειδική μορφή του υποδείγματος γραμμικής παλινδρόμησης με ανεξάρτητες δίτιμες μεταβλητές, όμως ορισμένες υποθέσεις του γραμμικού υποδείγματος παραβιάζονται με αποτέλεσμα ο έλεγχος της υπόθεσης αυτής να μην είναι αξιόπιστος στα πλαίσια αυτού του υποδείγματος. Στη συνέχεια

καταφύγαμε σε μη παραμετρικό έλεγχο της διαφοράς των μορίων που επέτυχαν οι παλαιοί και νέοι υποψήφιοι, ο οποίος δεν εξαρτάται από συγκεκριμένες υποθέσεις αναφορικά με την κατανομή του πληθυσμού από τον οποίο προέρχονται οι παρατηρήσεις μας, συνεπώς μπορεί με ασφάλεια να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή σχετικών συμπερασμάτων. Τα αποτελέσματα του ελέγχου δείχνουν σαφές πλεονέκτημα των παλαιών έναντι των νέων υποψήφίων.